

Klausurvorbereitung Teil III

Analytische Geometrie in der Ebene und im Raum

- Gegeben seien die Punkte $A = (0, 0, 8)$, $B = (1, 0, 7)$, $C = (1, 1, 3)$ und $D = (0, 2, 0)$.
 - Zeigen Sie, dass die Punkte in einer Ebene liegen und bestimmen Sie die Gleichung dieser Ebene in parameterfreier Form!
 - Geben Sie die Geradengleichung des Lotes vom Koordinatenursprung auf diese Ebene an und bestimmen Sie den Lotfußpunkt!
 - Welchen Abstand hat die Ebene vom Koordinatenursprung?
 - Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$!
 - Bestimmen Sie den Winkel beim Punkt A in diesem Viereck!
- Bestimmen Sie den Punkt der Gerade $-7x + y = 5$, der dem Punkt $(1, 2)$ am nächsten liegt!
- Bestimmen Sie durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors zwischen der Gerade g durch die Punkte $(-3, 0, -1)$ und $(9, 12, 5)$ und dem Punkt $P(2, 2, 3)$ auf die Geradenrichtung den Fußpunkt des Lotes von P auf g sowie den Abstand zwischen P und g !
- Untersuchen Sie die Lagebeziehung der Ebenen $x + 2y + 3z = 4 \cdot 10^{120}$, $-x + 4y + 2z = 10^{122}$ und $8x - 2y + az = b + 2 \cdot 10^{121}$ in Abhängigkeit von den Parametern a und b ! (Die Gleichung der ggf. existierenden Schnittmenge der 3 Ebenen muss nicht angegeben werden.)
- In einem kartesischen Koordinatensystem mit den Koordinaten x , y und z werden die z -Achse sowie die Gerade durch die Punkte $(-1, 7, 6)$ und $(-5, 10, 7)$ betrachtet.
 - Ermitteln Sie die zu diesen beiden Geraden senkrechte Richtung (Richtung des gemeinsamen Lotes)!
 - Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors auf die Richtung des gemeinsamen Lotes!
 - Bestimmen Sie die Fußpunkte des gemeinsamen Lotes durch Lösung eines Gleichungssystems!
- Bestimmen Sie mit Mitteln der Analytischen Geometrie den Abstand des Koordinatenursprungs von der Ebene durch die Punkte $(1, 1, 1)$, $(2, 3, 3)$ und $(2, 3, 4)$ sowie den Punkt der Ebene, in dem der Abstand realisiert wird!

Finanzmathematik

- Ein Sparplan sieht die Einzahlung von 2000 € zu Beginn des ersten und von je 1000 € zu Beginn der neun folgenden Jahre vor, die Verzinsung erfolgt mit 4% p.a. Welches Guthaben steht am Ende des zehnten Jahres zur Verfügung?
- Für ein Grundstück liegen drei Kaufangebote vor:
 - sofortige Zahlung von 70000 €,
 - Zahlung vom 80000 € in drei Jahren,
 - 10 jährige Raten von 8400 €, wobei die erste Rate sofort gezahlt werden soll.Bestimmen Sie die Barwerte der drei Angebote zum aktuellen Zeitpunkt bei einem Kalkulationszinssatz von 4% p.a.! Welches der Angebote ist für den Verkäufer das günstigste?
- Jemand möchte an seinem 61. Geburtstag und an den 29 folgenden Geburtstagen einem vorhanden Kapital jeweils 20000 € entnehmen. Wie hoch muss das Kapital am 60.

- Geburtstag sein, um bei einer Verzinsung von 4% p.a. diese Entnahmen zu ermöglichen?
- b) Angenommen, das Kapital wäre bei einer Verzinsung von ebenso 4% p.a. durch Raten gleicher Höhe, die am 21. Geburtstag und den 39 folgenden Geburtstagen geleistet wurden, angespart worden. Wie hoch müssten die Raten gewesen sein?
4. Ein Elektromarkt gewährt in der ersten Verkaufswoche des Jahres auf bestimmte Produkte einen Rabatt von 19%. Der so bestimmte tatsächliche Bruttoverkaufspreis enthält Umsatzsteuer auf den tatsächlichen Nettoverkaufspreis. Bestimmen Sie für ein derartiges Produkt, das unrabattiert 119€ kostet, den tatsächlichen Brutto- und Nettoverkaufspreis sowie die Umsatzsteuer!
 5. Jemand zahlt auf ein Jugendgirokonto, das bei quartalsweiser Zinsgutschrift mit 0.5% pro Quartal verzinst wird, jeweils zu Quartalsbeginn 40€ ein. Welches Guthaben steht nach 3 Jahren zur Verfügung, wenn unterstellt wird, dass keine anderen Kontobewegungen stattfinden?
 6. Einem Käufer wird für eine Ware, die bei sofortiger Zahlung 10000€ kostet, eine Ratenzahlung von 5 jährlichen Raten, bestehend aus 4 Raten von 2000€ und einer Schlussrate von 4000€ angeboten, wobei die erste Rate sofort fällig ist. Der Käufer legt dem Vergleich der Angebote den Zinssatz seines Tagesgeldkontos von 3,8% p.a. zugrunde. Bestimmen Sie den Barwert des Ratenkaufangebots! Ist dieses für den Käufer günstiger als die sofortige Zahlung?
 7. Bei einem Ratenkauf sind für eine Ware, deren Ladenverkaufspreis 600€ beträgt, Monatsraten in Höhe von 30€ zu zahlen, die 3 bis 26 Monate nach dem Kaufzeitpunkt fällig sind.
 - a) Bestimmen Sie bei einem Kalkulationszinssatz von $\frac{1}{3}\%$ pro Monat den Barwert des Ratenkaufpreises zum Zeitpunkt der Fälligkeit der ersten Rate, d.h. 3 Monate nach dem Kaufzeitpunkt!
 - b) Bestimmen Sie bei gleichem Kalkulationszinssatz den Barwert des Ratenkaufpreises zum Kaufzeitpunkt!
 - c) Ermitteln Sie die Barwerte des Ratenkaufpreises auch für einen Kalkulationszinssatz von 1,3% pro Monat! Welche Schlussfolgerung lässt sich aus dem Ergebnis ziehen?
 8. Für die Anschaffung liegen zwei Finanzierungsangebote vor:

A: sofortige Zahlung von 5000€ und Zahlung von 9000€ in 2 Jahren,
 B: sofortige Zahlung von 3000€ und Zahlung von 12500€ in 4 Jahren.

 - a) Ermitteln Sie die Barwerte beider Finanzierungsangebote zum Anschaffungszeitpunkt bei einem Kalkulationszinssatz von 7% p.a.! Welches Angebot ist bei diesem Kalkulationszinssatz günstiger?
 - b) Für welchen Kalkulationszinssatz sind die Barwerte beider Finanzierungsangebote zum Anschaffungszeitpunkt gleich?
 9. Jemand erhält in einem Kalenderjahr jeweils am Monatsende eine Zahlung von 3000€, außerdem Mitte Dezember ein Weihnachtsgeld von 2000€. Das Geld wird nicht ausgegeben, sondern immer gleich auf einem Tagesgeldkonto mit einer Verzinsung von 0.25% pro Monat und monatlicher Zinsgutschrift angelegt. Am Jahresende wird das Guthaben abgehoben, welcher Betrag steht zur Verfügung?
 10. Eine Bank zahlt einem Kunden 8 Jahre lang jeweils zu Jahresbeginn 1000 Währungseinheiten und fordert das so gewährte Darlehen am Ende des 8. Jahres in einer Summe einschließlich Zinsen zurück. Welchen Betrag fordert sie vom Kunden, wenn das Darlehen (sei es aus Wucher oder wegen einer sehr hohen Inflationsrate) mit 100 % pro Jahr zu verzinsen ist?

Folgen und Reihen

Beim Auswaschen eines Feststoffs aus einer Lösung der Masse u wird beim k -ten Abguss ($k = 1, 2, 3, \dots$) Feststoff der Masse $u/100^k$ gewonnen. Welche Masse des Feststoffs hat man nach n Abgüssen insgesamt gewonnen? Was ergibt sich für $n \rightarrow \infty$?