

Ergänzungskurs Elementarmathematik für Bachelor WS2011/2012

Klausurvorbereitung Teil I

Logik

1. Es gelte die Implikation: "Wenn es regnet ist die Straße nass". Aus welchen der folgenden Aussagen können aufgrund dieser Implikationen Folgerungen gezogen werden, wenn ja, welche?
 - a) Es regnet. b) Es regnet nicht. c) Die Straße ist nass. d) Die Straße ist trocken.
 - e) Überall in der Stadt regnet es. f) Nirgends in der Stadt regnet es.
 - g) Über einigen Straßen der Stadt regnet es, über einigen nicht.
 - h) Alle Straßen der Stadt sind nass. i) Alle Straßen der Stadt sind trocken.
 - j) Einige Straßen der Stadt sind nass, einige trocken.

2. Einige Krankenschwestern sind teilzeitbeschäftigt. Krankenschwestern, die Nachtdienst haben, haben immer eine volle Stelle. Begründen Sie mit den Regeln der mathematischen Logik, welche der folgenden Schlussfolgerungen wahr bzw. falsch sind:
 - a) Krankenschwestern mit einer vollen Stelle haben auch Nachtdienst.
 - b) Krankenschwestern haben dann und nur dann Nachtdienst, wenn Sie eine volle Stelle haben.
 - c) Es gibt einige Krankenschwestern, die nachts nicht arbeiten.

3. Betrachtet wird eine Studentengruppe. Einige Studenten haben einen Seminarschein bekommen, einige nicht. Alle Studenten, die einen Seminarschein bekommen haben, haben an mindestens 10 Seminaren teilgenommen und mindestens einen Vortrag gehalten. Welche der folgenden Schlussfolgerungen können aus diesen Aussagen gezogen werden:
 - a) Alle Studenten, die mindestens an 10 Seminaren teilgenommen haben und mindestens einen Vortrag gehalten haben, haben einen Seminarschein bekommen.
 - b) Alle Studenten, die an weniger als 10 Seminaren teilgenommen haben oder keinen Vortrag gehalten haben, haben keinen Seminarschein bekommen.
 - c) Alle Studenten, die an weniger als 10 Seminaren teilgenommen haben und keinen Vortrag gehalten haben, haben keinen Seminarschein bekommen.
 - d) Es gibt einen Studenten, der an mindestens 10 Seminaren teilgenommen hat.
 - e) Es gibt einen Studenten, der an weniger als 10 Seminaren teilgenommen hat.

4. Bei der Sächsischen Landesgartenschau betragen die Eintrittspreise für Tages-Einzelbesucher 13€, bei Anreise mit ÖPNV 11€. Vergünstigungen gibt es für „Begünstigte“, für die der Preis generell 10€, sowie für Kinder, Jugendliche und Studenten, für die der Preis generell 3€ beträgt. Für Kinder unter 6 Jahre muss kein Eintritt bezahlt werden.

Stellen Sie durch Verknüpfung der Aussagen

b : Besucher ist „Begünstigter“

j : Besucher ist Kind, Jugendlicher oder Student

k : Besucher ist Kind unter 6 Jahren

o : Besucher ist mit ÖPNV angereist

mit den Junktoren \neg , \vee und \wedge dar, in welchen Fällen der Eintrittspreis für Tages-Einzelbesucher 13€ sowie in welchen Fällen er 11€ beträgt!

Umrechnungen

1. Rechnen Sie folgende Werte um!
 - a) $0,5 \frac{hl}{s}$ in $\frac{m^3}{h}$
 - b) $30 \frac{yd}{s}$ in $\frac{km}{h}$
 - c) $0,05 \frac{lb}{in^2}$ in $\frac{kg}{m^2}$
2. Der Body-Mass-Index berechnet sich als $BMI = \frac{\text{Körpergewicht}}{(\text{Körpergröße})^2}$. Im angelsächsischen Raum erhält man bei Verwendung der traditionellen Maßeinheiten Pfund (lb) und Zoll (in) einen Wert in lb/in^2 . Um die in gängigen Tabellen in kg/m^2 angegebenen Normwerte des BMI verwenden zu können, müssen die Zahlenwerte von lb/in^2 durch Multiplikation mit einem Faktor C in kg/m^2 umgerechnet werden.

 C ist einer der Werte 0,0142; 0,142; 7,03 oder 703. Begründen Sie anhand der Umrechnungsfaktoren $1in = 2,54cm$, $1lb \approx 453g$, welcher der angegebenen Werte für C richtig ist!

Komplexe Zahlen

1. Bestimmen Sie die komplexe Zahl z , welche die Gleichung $\frac{(4-5i)z-12+3i}{i} = 1-6$ löst! Geben Sie das Ergebnis in algebraischer, Polar- (trigonometrischer) und Exponentialdarstellung an!
2. Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Menge aller komplexen Zahlen z , die der Bedingung $2 \leq |z - 3 + 3i| \leq 3\sqrt{2}$ genügen! Enthält die Menge reelle Zahlen, wenn ja, welche?
3. Berechnen Sie $1,5^{222222} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}i} \right)^{444444}$
4. Ermitteln Sie alle vierten Wurzeln aus der Zahl -4096 in algebraischer und in trigonometrischer Darstellung und stellen Sie diese grafisch dar!
5. Sei $z = re^{i\phi}$. Bestimmen sie die Lösungsmenge (in Realteil und Imaginärteil) und skizzieren Sie diese:
 - a) $|z - 1| = 1$
 - b) $\varphi = \frac{\pi}{4}$
6. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 4(\cos(-\frac{\pi}{3})) + i \sin(-\frac{\pi}{3})$ und $z_2 = 2 + 2i$. Berechnen Sie das Argument von $\frac{z_1}{z_2}$ und den Betrag von $z_1 z_2$
7. Bestimmen Sie die algebraische Darstellung von $\frac{(2 + \sqrt{12})^{66}}{2^{128}(1-i)^6}$, benutzen Sie dazu die trigonometrische Darstellung der Zahlen im Zähler und Nenner!
8. Berechnen Sie $\frac{12^{333335}}{(\sqrt{3} + 3i)^{666666}}$!
9. Sei a ein beliebig reeller Parameter. Bestimmen Sie die komplexe Zahl z , die die Gleichung $(2+i)(iz+a) + ai = -1 - 2a + 2i$ erfüllt!
10. Lösen sie die Gleichung $z^2 - (2+4i)z + 5 + (4-8\sqrt{3})i = 0$ und zeichnen Sie die Lösung in die Zahlenebene ein.