Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik

14. Mai 2012

Höhere Mathematik I.2

Übung 10: Unbestimmte und bestimmte Integrale

1. Berechnen Sie $\int e^x \cos x \, dx$, indem Sie das Integral zunächst durch partielle Integration auf $\int e^x \sin x \, dx$ und letzteres Integral wieder auf $\int e^x \cos x \, dx$ zurückführen!

2. Berechnen Sie die Stammfunktionen von a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+25}$ und b) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-25}$!

   Nehmen Sie dafür im Falle b) eine „Partialbruchzerlegung“ vor, d.h., bestimmen Sie Konstanten A und B so, dass $\dfrac{1}{x^2-25} = \dfrac{1}{(x-5)(x+5)} = \dfrac{A}{x-5} + \dfrac{B}{x+5}$ gilt!

   Überprüfen Sie in beiden Fällen Ihre Ergebnisse durch eine Probe!

3. Ermitteln Sie folgende Integrale:

   a) $\displaystyle\int_{-2}^{3} 2x^2 \, dx$, b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} |x| \, dx$, c) $\displaystyle\int_{1}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$, d) $\displaystyle\int_{0}^{3} \frac{dx}{x^2+9}$, e) $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} |\sin x| \, dx$!

4. a) Berechnen Sie $\displaystyle\int_{0}^{4} (x-1)(x-2)(x-3) \, dx$!

   b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von $y = (x-1)(x-2)(x-3)$, $x = 0$, $x = 4$ und $y = 0$ begrenzt wird!

5. Berechnen Sie den Inhalt der von den Kurven $y = \sin \dfrac{\pi}{2} x$ und $y = -x^3 + 6x^2 - 8x$ begrenzten endlichen Fläche!