Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik

3. April 2012

Höhere Mathematik I.2

Übung 2: Interpolation, Grenzwerte, Stetigkeit

1. Für die Größen x und y liegen folgende Werte vor:

x	4	5	8
$y(x)$	0	24	60

$\left(\text{z.B. erfüllt von } y(x) = 120 - \dfrac{480}{x}\right)$.

   a) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch lineare Interpolation aus $y(5)$ und $y(8)$!
   b) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch quadratische Interpolation aus $y(4)$, $y(5)$ und $y(8)$!

   Bestimmen Sie dabei die Interpolationspolynome durch Lagrange-Interpolation! Wie könnten die Polynome alternativ bestimmt werden?

2. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren:

   a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(1-x)^2}{1-x^2}$, b) $\lim\limits_{x\to 2} \left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{12}{x^3-8}\right)$, c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2+2x+3}{4x^2+5x+6}$,

   d) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(2x-3)^5(3x+2)^{10}}{(2x+1)^{15}}$, e) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin x}{2+\sqrt[3]{x^5}}$, f) $\lim\limits_{x\to 0} \sin\dfrac{1}{x}$!

3. Berechnen Sie die folgenden einseitigen Grenzwerte:

   a) $\lim\limits_{x\to 0-0} \dfrac{|x|}{x}$, b) $\lim\limits_{x\to 0+0} \dfrac{|x|}{x}$, c) $\lim\limits_{x\to 2-0} \dfrac{3}{x-2}$, d) $\lim\limits_{x\to 2+0} \dfrac{3}{x-2}$, e) $\lim\limits_{x\to 0-0} e^{\frac{1}{x}}$, f) $\lim\limits_{x\to 0+0} e^{\frac{1}{x}}$!

   Existieren auch die Grenzwerte?

4. In welchen Punkten $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen stetig:

   a) $f(x) = |x|$, b) $f(x) = \dfrac{(1-x)^2}{1-x^2}$, c) $f(x) = \cos x \sin x$, d) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x}$?