Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik

2. April 2012

Höhere Mathematik I.2

Übung 1: Funktionen

1. Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungsvorschriften um Funktionen:

   a) Mütter $\longrightarrow$ Kinder, b) Kinder $\longrightarrow$ Mütter, c) $y = \begin{cases} 3x-1, & x \le 1 \\ x^2+1, & x \ge 1 \end{cases}$,

   d) $y = \begin{cases} 1-x, & x \le 1 \\ x^2, & x \ge 1 \end{cases}$, e) $x^2+4x+y^2-6y = 3$, f) $y = \min(0, x+1, x^2-1)$?

   Wenn ja, sind die Funktionen eineindeutig? Geben Sie ggf. Definitions-, Werte- und Monotoniebereiche sowie die Umkehrfunktion an! Wenn nein, durch welche Einschränkungen könnten durch die Vorschriften Funktionen definiert werden?

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$, $x \ge 0$.

   a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ eineindeutig ist, bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion und deren Definitionsbereich!
   b) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ und ihre Umkehrfunktion über ihren gesamten Definitionsbereichen streng monoton wachsend sind!

3. Um eine reelle Zahl x in Vorzeichen, Vor- und Nachkommastellen aufzuteilen, werden die Funktionen „Signum“ (Vorzeichen) und „Gaußklammer“ (ganzer Teil, „Entier“) durch

   $$\operatorname{sign} x = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \qquad \text{und} \qquad \lfloor x \rfloor = z \in \mathbb{Z} : \; z \le x < z+1$$

   eingeführt. Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

   a) $f(x) = \operatorname{sign} x$ b) $f(x) = \lfloor x \rfloor$, c) $f(x) = x - \lfloor x \rfloor$,
   d) $f(x) = \operatorname{sign} x \, \lfloor |x| \rfloor$, e) $f(x) = \lfloor x - \operatorname{sign} x \, \lfloor |x| \rfloor \rfloor$!

   Welche Bedeutung haben die Funktionen? Welche der Funktionen sind periodisch, gerade bzw. ungerade?

4. Von „kaufmännischer Rundung“ wird gesprochen, wenn bei positiven Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 auf- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 abgerundet, bei negativen Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 ab- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 aufgerundet wird. Beschreiben Sie die kaufmännische Rundung auf eine ganze Zahl mit Hilfe der Signum-Funktion und der Gaußklammer!