Technische Universität Chemnitz
Fakultät für Mathematik

12. Juni 2012

Höhere Mathematik I.2

Aufgabenkomplex 5: Hauptachsentransformation, Differenzialgleichungssysteme, Lineare Optimierungsaufgaben

Letzter Abgabetermin: 5. Juli 2012
(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)
Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 5“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

Sämtliche Aufgaben sind ohne elektronische Hilfsmittel zu lösen!

1. In der kartesischen Koordinatenebene sei die Kurve $21x^2 + 8\sqrt{3}xy + 13y^2 = 225$ gegeben.
   a) Führen Sie die Hauptachsentransformation durch!
   b) Um was für eine Kurve handelt es sich? Skizzieren Sie sie in dem transformierten Koordinatensystem!
   c) Um welchen Winkel werden bei der Hauptachsentransformation die Koordinatenachsen gedreht? Skizzieren Sie die Kurve im Ausgangskoordinatensystem!

2. Ermitteln Sie die allgemeine reelle Lösung des Differenzialgleichungssystems
$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -4x \end{aligned} \quad !$$

3. Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe
$$\begin{aligned} -x_1 + 2x_2 &\to \max \\ -x_1 + x_2 &\le 2 \\ x_1 + x_2 &\le 10 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$
   a) auf grafischem Wege **und**
   b) mit dem Simplexverfahren!

   Zeichen Sie die bei dem Simplexalgorithmus durchlaufenen Basislösungen in das Bild der grafischen Lösung ein!

4. In einer Werkstatt werden kleine und große Regale gefertigt. Zur Herstellung eines kleinen Regals wird 1 Stunde benötigt, dabei entstehen Kosten in Höhe von 50 € und beim Verkauf ist ein Gewinn von 20 € zu erzielen. Ein großes Regal wird in 4 Stunden hergestellt, die Herstellungskosten betragen 300 € und der zu erzielende Verkaufsgewinn 130 €. Es stehen maximal 100 Stunden zur Verfügung, die Herstellungskosten sollen insgesamt 6000 € nicht überschreiten.
   a) Stellen Sie das mathematische Modell für die Gewinnmaximierung unter diesen Bedingungen auf!
   b) Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe mittels Simplexverfahren! Wie groß ist der maximale Gewinn?
   c) Welche Bedeutung haben die Werte der Schlupfvariablen in der optimalen Lösung?

5. Bestimmen Sie mit dem Simplexverfahren die optimale Lösung und den optimalen Zielfunktionswert der Optimierungsaufgabe
$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\longrightarrow \min \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &\ge 30 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\le 20 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 &\ge 0 \quad ! \end{aligned}$$