Technische Universität Chemnitz 8. Mai 2012
Fakultät für Mathematik

Höhere Mathematik I.2

Aufgabenkomplex 3: Integralrechnung

Letzter Abgabetermin: 30. Mai 2012
(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)
Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 3“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

Elektronische Hilfsmittel dürfen nur zur zahlenmäßigen Bestimmung von Stammfunktionswerten bei den Aufgaben 4 und 5 verwendet werden!

1. Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale durch Substitution:

   a) $\int (\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-2x})\,\mathrm{d}x$, b) $\int (2\sin 3x + 3\cos 4x)\,\mathrm{d}x$, c) $\int \sqrt[7]{6x+5}\,\mathrm{d}x$,

   d) $\int \frac{(\ln x^3)^2}{x}\,\mathrm{d}x$, e) $\int \frac{x}{1+x^4}\,\mathrm{d}x$, f) $\int \frac{\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{3x}+5}\,\mathrm{d}x$,

   g) $\int \mathrm{e}^{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}(5x^4+4x^3+3x^2+2x+1)\,\mathrm{d}x$!

2. Erläutern Sie den Begriff Riemannsche Integralsumme!

3. Ermitteln Sie durch partielle Integration das Integral $\int_1^{\mathrm{e}} x^2 \ln x\,\mathrm{d}x$!

4. Ermitteln Sie den Inhalt der von $y = -x^3 + 9x^2 - 23x + 15$ und der x-Achse begrenzten Fläche!

5. Ein Fahrzeug fährt vom Zeitpunkt $t=0$ bis zum Zeitpunkt $t=1$ (in h) mit der Geschwindigkeit $v(t) = 100 + 10\frac{t^2-9}{t^2+9}$ (in km/h). Welchen Weg legt es in dieser Zeit zurück?

6. Über einem endlichen oder unendlichen Intervall der reellen Achse wird $\int_a^b \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[4]{x-2}}$ betrachtet.

   a) Für welche a und b handelt es sich dabei um
      (i) ein bestimmtes Integral,
      (ii) ein konvergentes uneigentliches Integral,
      (iii) ein bestimmt divergentes uneigentliches Integral bzw.
      (iv) ein unbestimmt divergentes uneigentliches Integral?

   b) Berechnen Sie das Integral in dem Fall, dass eine der beiden Integrationsgrenzen 18 ist und die andere Integrationsgrenze so gewählt wird, dass es sich um ein konvergentes uneigentliches Integral handelt!