

Aufgabenkomplex 5: Hauptachsentransformation, Lineare Optimierungsaufgaben, Differenzialrechnung in mehreren Veränderlichen

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 5“ kennzeichnen.
(Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

1. Folgende Aufgabe ist mit dem Simplexalgorithmus zu lösen!

Variablenzuweisung:

Anzahl an verkaufter Vollmilchschokolade in kg: x mit $x \geq 0$

Anzahl an verkaufter Zartbitterschokolade in kg: y mit $y \geq 0$

Zielfunktion:

$$Z(x, y) = 10x + 8y; Z \rightarrow \text{Max}$$

Nebenbedingungen:

$$\text{Kakao in kg: } \frac{3}{10}x + \frac{6}{10}y \leq 120$$

$$\text{Milchpulver in kg: } \frac{2}{10}x + \frac{2}{10}y \leq 52$$

$$\text{Zucker in kg: } \frac{5}{10}x + \frac{2}{10}y \leq 100.$$

2. Lösen Sie mittels Simplexmethode:

$$\max(f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3)$$

Dabei sollen die Variablen x_1, x_2 und x_3 nichtnegativ sein und folgende Ungleichungen erfüllen:

$$(1) x_1 + x_2 \leq 18$$

$$(2) 2x_1 + x_2 \leq 26$$

$$(3) x_1 + x_2 + x_3 \leq 12.$$

3. Führen Sie die Hauptachsentransformation für die Gleichung

$$-2x_1^2 + 3x_1x_2 + 2x_2^2 - 3x_1 + x_2 - 1 = 0$$

durch! Um was für eine Kurve handelt es sich? Stellen Sie die Kurve im x - y -System grafisch dar!

4. Bestimmen Sie alle Sattelpunkte und Extremstellen der Funktion

$$f(x, y) = y^2(x - 1) + x^2(x + 1).$$

5. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems $y' = Ay$, $y(0) = y_0$ für

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$