

**Aufgabenkomplex 2: Differentialrechnung**

**Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 2“ kennzeichnen.**

(Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

1. Lösen Sie die Gleichung  $\sqrt{x-1} = \sin x$  mithilfe des Newtonverfahrens!

2. Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

a)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{(x - \pi)^2}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos x}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x+4} - \sqrt{3x}}$$

3. Wir betrachten ein Fahrzeug, das sich nach  $s(t) = 50 + 30t + 150t^2 - 10t^3$  bewegt. Dabei wird der Weg  $s$  in Kilometern, die Zeit  $t$  in Stunden gemessen.

a)

Berechnen Sie die Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit! Ermitteln Sie ihren Zahlenwert in  $km/h^2$  sowie in  $m/s^2$  zum Zeitpunkt  $t = 0,5$ !

b)

Von welchem Zeitpunkt an wird das Fahrzeug langsamer?

c)

Von wann an fährt das Fahrzeug rückwärts?

4.  $k$  sei ein positiver Parameter. Diskutieren Sie den Verlauf der Funktion  $f(x) = \frac{k}{x} + \frac{1}{x^2}$ !

5. Bestimmen Sie für die Funktionen :

a)

$$\frac{e^{-x}}{x^2}$$

b)

$$\frac{x}{x^3 + x^2 + 3}$$

die ersten vier Terme ihrer Taylor-Entwicklung zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 2$ .

6. Sei  $f(x) = e^x$  und  $g(x) = x^2 + 3x + 2$ .

a)

Ermitteln Sie die Funktionen  $f \circ g$  und  $g \circ f$ !

b)

Demonstrieren Sie an einem selbstgewählten Beispiel, dass für Funktionen  $f, g$  und  $h$  die Beziehung  $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$  gilt!