

Aufgabenkomplex 3: Integralrechnung

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 3“ kennzeichnen.

(Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 41/615)

1. Bestimmen Sie mittels Integration durch Substitution bzw. partielle Integration

a)

$$\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos x} \quad \text{Hinweis: Verwenden Sie } u = \tan x!$$

b)

$$\int \frac{dx}{x \ln x}$$

c)

$$\int x \sin(2x) dx$$

d)

$$\int (\ln x)^2 dx!$$

2. Integrieren Sie

a)

$$\int \frac{1}{x^2+x} dx$$

b)

$$\int \frac{x}{4x^2+2x-2} dx$$

indem Sie für die zu integrierenden Funktionen eine Partialbruchzerlegung nach Linearfaktoren des Nenners in der Form $\frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ mit geeigneten Koeffizienten A und B vornehmen!

3. Gegeben sei

a)

über dem Intervall $[0, 1]$ die Funktion $f(x) := x^3 + x^2 + 2$ und

b)

über dem Intervall $[1, \infty)$ die Funktion $g(x) := \frac{1}{x^2}$

Welches Volumen erhalten die durch Rotation um die x -Achse entstehenden Rotationskörper?

Skizzieren Sie für a) diesen Rotationskörper!

4. Berechnen Sie den Inhalt der von den Kurven $y = \frac{x^2}{8}$ und $y = x$ vollständig begrenzten endlichen Fläche!

5. Ein Körper welcher zum Zeitpunkt $t = 0$ aus 8000 m Höhe fallengelassen werde, erreiche nach dem Stokes'schen Reibungsgesetzes eine Geschwindigkeit von

$$v(t) = 80 \frac{m}{s} (1 - e^{-\frac{t}{8s}}).$$

Bestimmen Sie seine Höhe in Abhängigkeit von der Zeit!

Hinweis: $h'(t) = -v(t)$.

6. Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale!

a)

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} \quad \text{Hinweis: Verwenden Sie } t = \sqrt{x-1}$$

b)

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx, \quad a > 0$$

c)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{e^{-3x}} dx$$

d)

$$\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$$