

Aufgabenkomplex 1: Funktionen, Interpolation, Ableitung

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 1“ kennzeichnen.

(Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 41/615)

1. Berechnen Sie $\cos(2 \cdot \arctan(\sqrt{3}))!$

2. Lösen Sie folgende Gleichungen:

a)

$$\lg x = 2 \lg x - \lg \sqrt{2x}$$

b)

$$\lg(x - 3) = 1 - \lg x$$

c)

$$3 \lg x^2 + 7 = 13$$

3. Sei $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}}$ eine reelle Funktion einer reellen Variablen.

a)

Bestimmen Sie den Definitions- und Wertebereich der Funktion $f(x)$, geben Sie die Umkehrfunktion an und bestimmen Sie deren Definitions- und Wertebereich!

b)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x)$ und ihre Umkehrfunktion auf Monotonie!

4. Gegeben seien 4 Punkte der Form

$$P_i = (x_i, y_i), \quad i = (0, \dots, 3)$$

mit $P_0 = (0, 2)$, $P_1 = (3, 3)$, $P_2 = (4, 5)$, $P_3 = (6, 2)$.

Geben Sie mit Hilfe der Lagrange-Interpolation das Polynom an, welches durch diese vier Punkte verläuft. Skizzieren Sie dieses Polynom.

5. Berechnen Sie die ersten Ableitungen nach x folgender Funktionen!

a)

$$f(x) = 4 \sin^2\left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

b)

$$f(x) = \ln \ln a^{\cos^3 x}$$

c)

$$f(x) = e^{\sqrt{x}} \cos(ax + b)$$

d)

$$f(x) = \cos(\sin(\ln(x)))$$

6. Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungsvorschriften um Funktionen:

a)

$$y = |x - 3| + |x - 2|$$

b)

$$y = \max(0, -x, \ln x)$$

c)

$$y = \begin{cases} x^2 + 2, & x \geq 0 \\ x + 2 & x \leq 0 \end{cases},$$

Wenn ja, sind die Funktionen eineindeutig? Geben Sie ggf. den Definitionsbereich, den Wertebereich sowie das Monotonieverhalten an! Geben Sie wenn existent die Umkehrfunktion an!