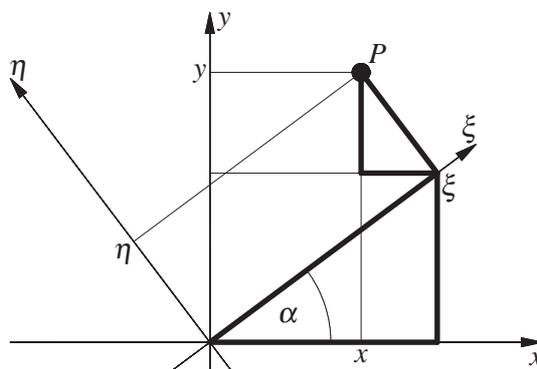


Höhere Mathematik I.2

Übung 16: Hauptachsentransformation

1. a) Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix $\begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$!
 b) Bilden Sie aus den normierten Eigenvektoren eine Matrix V , überzeugen Sie sich von ihrer Orthogonalität und führen Sie mit ihr die Diagonalisierung aus!
2. Aus dem kartesischen Koordinatensystem (x, y) der Ebene gehe durch Drehung um den Winkel α in positive Richtung das Koordinatensystem (ξ, η) hervor.

- a) Leiten Sie unter Verwendung der Beziehungen zwischen den Seiten der in der nebenstehenden Skizze hervorgehobenen Dreiecke her, wie sich die Koordinaten eines Punktes P im x - y -System aus seinen Koordinaten im ξ - η -System errechnen!
- b) Stellen Sie die Koordinatentransformation in der Form $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = V \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$ dar und zeigen Sie, dass es sich bei V um eine orthogonale Matrix mit $\det V = 1$ handelt!



3. Führen Sie unter Verwendung der Matrix V aus Aufgabe 1b) für die Kurve $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 15x - 20y = 0$ die Hauptachsentransformation aus! Um was für eine Kurve handelt es sich? Stellen Sie die Kurve grafisch dar!

Hinweis: $16x^2 + 24xy + 9y^2 + 15x - 20y = (x \ y) \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + (15 \ -20) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$

4. Bringen Sie die Kurven a) $2xy = 1$ und b) $13x^2 + 10xy + 13y^2 = 72$ in Hauptachsenlage! Um was für Kurven handelt es sich? Stellen Sie sie grafisch dar!