

Höhere Mathematik I.2

Übung 13: Differenzialgleichungen mit trennbaren Veränderlichen

1. Lösen Sie die Differenzialgleichung $y'(x) = -\frac{y}{x}$ durch Trennung der Veränderlichen!
2. Lösen Sie die Anfangswertaufgabe $y'(x) = 2xy$, $y(0) = 3$!
3. In welcher Zeit kühlt sich ein Körper, der auf 100°C erhitzt wurde, bei einer Außentemperatur von 20°C auf 25°C ab, wenn er sich in 10 Minuten auf 60°C abkühlt und die Abkühlgeschwindigkeit proportional der Temperaturdifferenz von Körper und Außentemperatur ist?
4. Zur Untersuchung der zeitlichen Entwicklung des Ausstattung von Haushalten mit Fernsehern soll der Einfachheit halber angenommen werden, dass der Ausstattungsgrad maximal 96 % erreichen kann, 1965 48 % betrug und damals jährlich um 4,8 % wuchs.
Das jährliche Wachstum der prozentualen Ausstattung y wächst mit steigendem Ausstattungsgrad (je mehr Nachbarn einen Fernseher haben, desto schneller will man auch einen haben) und fällt mit zunehmender Sättigung. Deshalb soll angenommen werden, dass es proportional zu $y(96-y)$ ist. Bestimmen Sie die zeitliche Entwicklung von y und skizzieren Sie diese!
5. Lösen Sie die Differenzialgleichungen
 - a) $y' = y^2$,
 - b) $y' = (y - 5) \cos x$,
 - c) $y' = (2y + 1) \cot x$
 - d) $x^2 y' + y^2 = 0$!