

Höhere Mathematik I.2

Übung 9: Unbestimmte Integrale

1. Für die Produktion von $0 \leq x \leq 2000$ Einheiten einer Ware laute die Grenzkostenfunktion $K'(x) = 5 - 0.002x$. Bei der Produktion von 1000 Einheiten entstehen Kosten in Höhe von 5500 Geldeinheiten. Wie lautet die Gesamtkostenfunktion und die Durchschnittskostenfunktion? Berechnen Sie die Werte dieser Funktionen für $x = 1900$!
2. Ermitteln Sie folgende Integrale:
 - a) $\int \frac{(x^2 + 2)^3}{x^3} dx$,
 - b) $\int \left(\frac{2}{5}x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{7}{x} \right) dx$,
 - c) $\int (e^{x+1} + 2^{-x} - \pi) dx$,
 - d) $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$!
3. Integrieren Sie durch Substitution:
 - a) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx$,
 - b) $\int \sin^2 x \cos x dx$,
 - c) $\int (5 \sin 4x - 3 \cos 2x) dx$,
 - d) $\int \sqrt[5]{6x+7} dx$,
 - e) $\int \frac{1}{x^2+4} dx$,
 - f) $\int e^{2x^2+4} x dx$!
4. Ermitteln Sie durch partielle Integration:
 - a) $\int x e^{2x} dx$,
 - b) $\int \sin 3x x^2 dx$!
5. Ein Körper, der zum Zeitpunkt $t = 0$ in 2000 m Höhe fallengelassen werde, erreiche eine Geschwindigkeit von $v(t) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(1 - e^{-\frac{t}{5\text{s}}} \right)$. Bestimmen Sie seine Höhe in Abhängigkeit von der Zeit!