

Höhere Mathematik I.2

Übung 8: Taylorentwicklung

1. a) Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = x^3$ im Punkt $x_0 = 1$ nach der Taylorschen Formel!
b) Geben Sie die Taylorpolynome nullten bis dritten Grades und die zugehörigen Restglieder an! Skizzieren Sie die Funktion und die Taylorpolynome nullten bis dritten Grades!
2. a) Entwickeln Sie die Funktion $f(\varphi) = \cos \varphi$ an der Stelle $\varphi_0 = 0$ nach der Taylorschen Formel!
b) Schätzen Sie mit dem Lagrangeschen Restglied den Fehler bei der Berechnung einer Näherung für $\cos 10^\circ$ nach der Formel $\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$ ab!
3. Überzeugen Sie sich anhand der Taylorentwicklung von e^x , $\cos x$ und $\sin x$ an der Stelle $x_0 = 0$ davon, dass die Definition der Eulerschen Formel $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ sinnvoll ist!
4. Ein Fahrzeug habe zum Zeitpunkt $t = 5$ s nach seinem Start einen Weg von 20 m zurückgelegt, in diesem Moment betrage seine Geschwindigkeit 10 m/s und seine Beschleunigung 2.5 m/s^2 .
 - a) Angenommen, die Beschleunigung bleibt vom genannten Zeitpunkt an konstant. Geben Sie den Zusammenhang zwischen Zeit und zurückgelegtem Weg an! Welchen Weg hat das Fahrzeug zum Zeitpunkt $t = 10$ s zurückgelegt?
 - b) Angenommen, die Beschleunigung vermindert sich vom genannten Zeitpunkt an pro Sekunde um 0.5 m/s^2 . Geben Sie den Zusammenhang zwischen zurückgelegtem Weg und Zeit an! Welchen Weg hat das Fahrzeug zum Zeitpunkt $t = 10$ s zurückgelegt?
 - c) Angenommen, die Beschleunigung ändert sich vom genannten Zeitpunkt an pro Sekunde höchstens um 1 m/s^2 . Was kann man über den Weg sagen, den es zum Zeitpunkt $t = 10$ s zurückgelegt hat?