

Höhere Mathematik I.2

Übung 5: Newtonverfahren, l'Hospitalsche Regel, Elastizität

1. Lösen Sie die Gleichung  $x = \cos x$  mithilfe des Newtonverfahrens!
2. Wenden Sie zur Bestimmung einer Nullstelle der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$  das Newtonverfahren mit den Startwerten  $x_0^{(a)} = 1$  und  $x_0^{(b)} = 0$  an! Kommentieren Sie das Ergebnis!
3. Wenden Sie die l'Hospitalsche Regel auf folgende Grenzwerte an:
  - a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$ ,
  - b)  $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{x}{2}$ ,
  - c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$ ,
  - d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin x - x}$ ,
  - e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x + \sin x}$ ,
  - f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) !$
4. Die vom Preis  $p$  abhängige Nachfragefunktion eines Produktes laute  $N(p) = \frac{20000}{2p+3}$ . Ermitteln Sie für einen Preis von  $p = 2$  die Auswirkungen einer Preiserhöhung von 1 % mit Hilfe der Elastizität sowie exakt!
5.
  - a) Wie errechnet sich der Radius einer Kugel (Körper), wenn Masse und Dichte bekannt sind?
  - b) Eine Kugel besteht aus einer Metalllegierung mit einer Dichte von  $(8 \pm 0.1) \text{ g/cm}^3$  und wiegt 2 kg. Schätzen Sie den absoluten und den relativen Fehler bei der Bestimmung des Radius aus diesen Angaben ab!