

Höhere Mathematik I.2

Übung 5: Newtonverfahren, l'Hospitalsche Regel, Elastizität

1. Lösen Sie die Gleichung $x = \cos x$ mithilfe des Newtonverfahrens!
2. Wenden Sie zur Bestimmung einer Nullstelle der Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$ das Newtonverfahren mit den Startwerten $x_0^{(a)} = 1$ und $x_0^{(b)} = 0$ an! Kommentieren Sie das Ergebnis!
3. Wenden Sie die l'Hospitalsche Regel auf folgende Grenzwerte an:
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{x}{2}$,
 - c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$,
 - d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin x - x}$,
 - e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x + \sin x}$,
 - f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) !$
4. Die vom Preis p abhängige Nachfragefunktion eines Produktes laute $N(p) = \frac{20000}{2p+3}$. Ermitteln Sie für einen Preis von $p = 2$ die Auswirkungen einer Preiserhöhung von 1 % mit Hilfe der Elastizität sowie exakt!
5.
 - a) Wie errechnet sich der Radius einer Kugel (Körper), wenn Masse und Dichte bekannt sind?
 - b) Eine Kugel besteht aus einer Metalllegierung mit einer Dichte von $(8 \pm 0.1) \text{ g/cm}^3$ und wiegt 2 kg. Schätzen Sie den absoluten und den relativen Fehler bei der Bestimmung des Radius aus diesen Angaben ab!