

Höhere Mathematik I.2

Übung 3: Grenzwerte, Stetigkeit, Ableitung

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)^2}{1-x^2}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$ ,      c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x+3}{4x^2+5x+6}$ ,  
d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^5(3x+2)^{10}}{(2x+1)^{15}}$ ,      e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2 + \sqrt[3]{x^5}}$ ,      f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$  !

2.  $a$  und  $b$  seien reelle Parameter. Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 2000x + 2}{bx^2 - 5x - 8}$  !

3. Berechnen Sie die folgenden einseitigen Grenzwerte:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0-0} \frac{|x|}{x}$ , b)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{|x|}{x}$ , c)  $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{3}{x-2}$ , d)  $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{3}{x-2}$ , e)  $\lim_{x \rightarrow 0-0} e^{\frac{1}{x}}$ , f)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} e^{\frac{1}{x}}$  !

Existieren auch die Grenzwerte?

4. In welchen Punkten  $x \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Funktionen stetig:

a)  $f(x) = |x|$ ,      b)  $f(x) = \frac{(1-x)^2}{1-x^2}$ ,      c)  $f(x) = \cos x \sin x$ ,      d)  $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$  ?

5. Differenzieren Sie nach  $x$ :

a)  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x - 5$ ,      b)  $y = x + \sqrt{x}$ ,      c)  $y = x + \sqrt{x^2+3}$ ,      d)  $y = x \sin(ax+3)$ ,  
e)  $y = \sin^3 x + \cos^3 x$ ,      f)  $y = \frac{\cos x}{x^2}$ ,      g)  $y = \left( \sqrt{a} - \sqrt{bx+c} \right)^2$ ,      h)  $y = \frac{(x+1) \sin(x+1)}{(x-1)^2}$  !

6. Differenzieren Sie  $y = (x \cos x)^x$  !

**Hinweis:**  $a^x = e^{x \ln a}$