

Höhere Mathematik I.2

Übung 2: Funktionen II, Interpolation

1. Berechnen Sie $\arctan \tan \frac{5\pi}{4}$!

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1}$, $x \geq 0$.

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ eineindeutig ist, bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion und deren Definitionsbereich!

b) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ und ihre Umkehrfunktion über ihren gesamten Definitionsbereichen streng monoton wachsend sind!

3. Sei $f(x) = 2x+3$ und $g(x) = x^2 - 2x - 24$. Ermitteln Sie die Funktionen $(f \circ g)(x)$ und $(g \circ f)(x)$ sowie die Definitions- und Wertebereiche von f , g , $f \circ g$ und $g \circ f$!

4. Bestimmen Sie alle reellen und komplexen Nullstellen des Polynoms

$$P_7(x) = x^7 - x^6 + 5x^5 - 5x^4 - 36x^3 + 36x^2 !$$

5. Für die Größen x und y liegen folgende Werte vor:

x	4	5	8
$y(x)$	0	24	60

 (z.B. erfüllt von $y(x) = 120 - \frac{480}{x}$).

a) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch lineare Interpolation aus $y(5)$ und $y(8)$!

b) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch quadratische Interpolation aus $y(4)$, $y(5)$ und $y(8)$!

Bestimmen Sie dabei die Interpolationspolynome durch Lagrange-Interpolation! Wie könnten die Polynome alternativ bestimmt werden?

6. Bestimmen Sie mittels Lagrange-Interpolation das Polynom vierten Grades, welches an der Stelle 0 den Wert 4, an den Stellen +1 und -1 den Wert 12 und an den Stellen +2 und -2 den Wert 24 annimmt!