

Höhere Mathematik I.2

Übung 1: Funktionen I

1. Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungsvorschriften um Funktionen:

a) Mütter \longrightarrow Kinder, b) Kinder \longrightarrow Mütter, c) $y = \begin{cases} 3x - 1, & x \leq 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$,

d) $y = |x - 2| + 2$, e) $x^2 + 4x + y^2 - 6y = 3$, f) $y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$,

g) $y = \min(0, x + 1, x^2 - 1)$?

Wenn ja, sind die Funktionen eineindeutig? Geben Sie ggf. Definitions-, Werte- und Monotoniebereiche sowie die Umkehrfunktion an! Wenn nein, durch welche Einschränkungen könnten durch die Vorschriften Funktionen definiert werden?

2. Welche der folgenden Funktionen sind gerade, ungerade bzw. haben keine dieser Eigenschaften:

a) $f(x) = x \sin x$, b) $f(x) = \arcsin x$, c) $f(x) = \arccos x$, d) $f(x) = \frac{(x^5 + 4x^3 + 2x) \sin^2 x}{|x| \cos x}$,

e) $f(x) = e^{-x}$, f) $f(x) = e^{\cos x}$, g) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, h) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$,

i) $f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1} + x)$?

Hinweis zu i): Berechnen Sie $f(x) + f(-x)$!

3. Um eine reelle Zahl x in Vorzeichen, Vor- und Nachkommastellen aufzuteilen, werden die Funktionen „Signum“ (Vorzeichen) und „Gaußklammer“ (ganzer Teil, „Entier“) durch

$$\operatorname{sign} x = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad [x] = z \in \mathbb{Z} : z \leq x < z + 1$$

eingeführt. Skizzieren Sie die Graphen folgender Funktionen:

a) $f(x) = \operatorname{sign} x$ b) $f(x) = [x]$, c) $f(x) = x - [x]$,

d) $f(x) = \operatorname{sign} x [|x|]$, e) $f(x) = |x - \operatorname{sign} x [|x|]|$!

Welche Bedeutung haben die Funktionen? Welche der Funktionen sind periodisch, gerade bzw. ungerade?

4. Von „kaufmännischer Rundung“ wird gesprochen, wenn bei positiven Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 auf- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 abgerundet, bei negativen Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 ab- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 aufgerundet wird. Beschreiben Sie die kaufmännische Rundung auf eine ganze Zahl mit Hilfe der Signum-Funktion und der Gaußklammer!