

Höhere Mathematik I.2

Aufgabenkomplex 5: Hauptachsentransformation, Differenzialgleichungssysteme, Lineare Optimierungsaufgaben

Letzter Abgabetermin: 9. Juli 2010

(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.2, Aufgabenkomplex 5“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

1. Führen Sie für die Kurve $4x^2 + 4xy + y^2 + 8\sqrt{5}x - 6\sqrt{5}y = 0$ die Hauptachsentransformation durch! Um was für eine Kurve handelt es sich? Stellen Sie die Kurve im x - y -System grafisch dar!
2. Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem
$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x + y - 2 \\ \dot{y} &= x - 3y + z + 1 \\ \dot{z} &= 13x - 12y + 6z - 1 \quad !\end{aligned}$$
3. Bestimmen Sie das Maximum und das Minimum der Funktion $z(x_1, x_2) = -x_1 + x_2 + 4$ für solche x_1 und x_2 , die die Bedingungen $2x_1 - 2x_2 \geq 5$, $-x_1 + 4x_2 \leq -1$, $x_1 \geq 2$ und $x_2 \geq -1$ erfüllen, jeweils auf grafischem Wege und mit dem Simplexverfahren! Zeichnen Sie die bei dem Simplexalgorithmus durchlaufenen Basislösungen in die Skizze der grafischen Lösung ein. Für welche Argumente werden die Optima erreicht?
4. In einer Kompostanlage werden 2 Sorten Pflanzsubstrat hergestellt. Für die Herstellung von 1 hl Substrat Sorte A werden 40 l Gartenerde, 40 l Füllstoffe und 20 l Kompost, für 1 hl Substrat Sorte B werden 20 l Gartenerde, 40 l Füllstoffe und 40 l Kompost benötigt. Pro Hektoliter Substrat werden bei der Sorte A 3 € und bei der Sorte B 5 € Erlöst. Es stehen **höchstens** je 800 hl Gartenerde und Füllstoffe zur Verfügung, sollen aber **mindestens** 880 hl Kompost verwendet werden. Unter den vorgegebenen Bedingungen soll der Erlös maximiert werden.
 - a) Stellen Sie das mathematische Modell auf!
 - b) Wenden Sie das grafische Lösungsverfahren auf das Modell an! Welche Schlussfolgerung ergibt sich?
 - c) Wenden Sie das Simplexverfahren auf das Modell an!
5. Ein Eisverkäufer verkauft Eisportionen „Vanilletraum“ mit 3 Kugeln Vanille- und 1 Kugel Schokoeis sowie „Schokotraum“ mit 1 Kugel Vanille- und 3 Kugeln Schokoeis. Er erzielt pro Portion Vanilletraum einen Gewinn von 3 Geldeinheiten und pro Portion Schokotraum einen Gewinn von 2 Geldeinheiten. Zur Verfügung stehen 630 Kugeln Vanille- und 450 Kugeln Schokoeis. Wie viele Portionen der beiden Sorten müssen verkauft werden, um den in dieser Situation maximal möglichen Gewinn zu erreichen? Stellen Sie das mathematische Modell hierzu auf und lösen Sie es mit dem Simplexverfahren!