

Aufgabenkomplex 1: Grundlagen, Mengenlehre, Ungleichungen, Komplexe Zahlen

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.1, Aufgabenkomplex 1“ kennzeichnen.
(Abgabe in Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

1. Handelt es sich bei den folgenden Formulierungen um Aussagen? Bestimmen Sie gegebenenfalls den Wahrheitswert!

- a) 9 ist in der Menge der natürlichen Zahlen durch 4 teilbar .
- b) Alle Häuser sind blau!
- c) Heute ist ein schöner Tag!
- d) David Hilbert war ein bedeutender Mathematiker.
- e) Guten Tag.

2. Welche der folgenden Formeln ergeben für geeignete Wahrheitswerte von x , y und z wahre Aussagen?

- a) $(\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{z})$
- b) $(\bar{x} \wedge y) \wedge (x \wedge \bar{z}) \wedge (x \vee (\bar{y} \wedge z))$
- c) $(x \vee \bar{x}) \rightarrow ((y \wedge \bar{y}) \vee (x \wedge y))$

3. Gegeben seien folgende Größen:

n	0	1	2	3
a_n	0	4	2	8
b_{1n}	1	2	4	7
b_{2n}	10	20	-4	6

Berechnen Sie:

$$\sum_{n=1}^3 a_n, \quad \sum_{n=0}^2 (a_n + b_{1n}) \cdot a_n, \quad \sum_{i=1}^3 i^2 \cdot a_{i-1} \cdot b_{2i}, \quad \sum_{i=0}^3 (b_{20} + b_{10}),$$
$$\prod_{n=1}^3 (a_n + b_{1n}), \quad \sum_{i=1}^2 \prod_{n=2}^3 \frac{a_n - b_{1n}}{b_{2n}}, \quad \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^3 b_{ij}, \quad \sum_{i=1}^2 \sum_{j=2}^1 b_{ji}, \quad \sum_{j=0}^1 \prod_{i=1}^2 b_{ij}$$

4. Lösen Sie folgende Betragsungleichungen:

- a)
$$\left| \frac{x-3}{x+2} \right| \leq 4$$

b)

$$|2 - 4x| \geq 1$$

c)

$$5 - 3 \cdot |x - 6| \leq 3x - 7$$

d)

$$|x + 1| - |2x - 6| \leq 10$$

5. Stellen Sie die folgenden Mengen in der Gaußschen Zahlenebene dar:

a)

$$M_a = \{z \in \mathbb{C} \mid -3 \leq \operatorname{Re}(z) \leq 2, -1 < \operatorname{Im}(z) < 2\}$$

b)

$$M_b = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2\}$$

c)

$$M_c = \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 1\}$$

d)

$$M_d = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 3, \operatorname{Re}(z) \geq 0, \operatorname{Im}(z) \geq 0\}$$

6. Berechnen Sie $z \in \mathbb{C}$ aus:

a)

$$2z + 3iz = 19 - 4i$$

b)

$$\frac{60z - 50i}{3 - 2i} = 15z + 25$$