

Höhere Mathematik I.1

Übung 4: Beträge, Komplexe Zahlen I

1. Lösen Sie für  $x \in \mathbb{R}$  die Ungleichungen

a)  $|x - 1| \geq 4$ ,                      b)  $|x - 3| \leq 2|x - 1|$

jeweils rechnerisch durch Fallunterscheidung sowie durch Interpretation der Beträge als Abstand von zwei Punkten auf der Zahlengeraden!

2. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $\frac{|1-x|}{x+3} \geq -2$  ?

3. Ein an einer mit einer Kilometrierung versehenen Straße wohnender Kunde erhält von einem am Kilometer 86 dieser Straße liegenden Auslieferungslager ein Gerät geliefert, an Fahrtkosten muss er dafür 3 € je Entfernungskilometer (einfache Entfernung) vom Auslieferungslager zahlen. Für die Installation muss zusätzlich ein Techniker von einem am Kilometer 112 dieser Straße liegenden Servicestützpunkt zum Kunden kommen, als Fahrtkosten fallen dabei 1 € je Entfernungskilometer vom Servicestützpunkt an.

In welchem Bereich der Straße ist die Summe der Fahrtkosten nicht größer als 50 €?

4. Sei  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 3 - 5i$ .

a) Berechnen Sie  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$  und  $2z_1$  !

b) Stellen Sie  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$  und  $2z_1$  in der komplexen Ebene dar!

c) Berechnen Sie  $z_1 z_2$ ,  $z_1 \bar{z}_2$ ,  $z_2 \bar{z}_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$  und  $|z_2|$  !

5. Sei  $z = x + iy$  und es gelte  $|z - 4 + 3i| \leq 4$ .

a) Geben Sie eine Ungleichung an, die den Zusammenhang zwischen dem Realteil  $x$  und dem Imaginärteil  $y$  beschreibt!

b) Skizzieren Sie  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z - 4 + 3i| \leq 4\}$  !

6. Lösen Sie die Gleichung  $x^3 - x^2 + \frac{1}{2}x = 0$  in  $\mathbb{R}$  und in  $\mathbb{C}$  und führen Sie die Probe aus!