

Höhere Mathematik I.1

Übung 2: Logik

1. Handelt es sich bei folgenden Formulierungen um Aussagen? Bestimmen Sie ggf. den Wahrheitswert!

- a) Kopernikus war ein Astronom. b) O du fröhliche!
c) Mampu ist kakatylich. d) Auf dem Jupiter gibt es keine Spuren von Leben.

2. Bestimmen Sie den Wahrheitswert folgender Aussagen:

- a) $3 < 4 \wedge 4 < 3$, b) $3 < 4 \vee 4 < 3$, c) $3 < 4 \wedge \neg(4 < 3)$, d) $3 < 4 \Leftrightarrow \neg(4 < 3)$,
e) Für alle reellen Zahlen x gilt $x > 3 \Leftrightarrow \neg(x < 3)$.
f) $3 < 4 \vee$ Der Mond ist aus Käse.
g) Wenn meine Großmutter Räder hätte, wäre sie ein Autobus.

3. a) Das Mietenüberleitungsgesetz vom 6.6.1995 (BGBl I S. 748) erlaubte unter gewissen Voraussetzungen eine Mieterhöhung von 20 % und regelte dann:

Der Erhöhungssatz ermäßigt sich um 5 vom Hundert bei Wohnraum, der nicht mit einer Zentralheizung und einem Bad ausgestattet ist.

b) Nachdem die Vorschrift von Vermietern, Mietern und Gerichten unterschiedlich interpretiert worden war, änderte der Bundestag diesen Satz. Hierüber meldete die „Freie Presse“ am 2.12.1995 auf der Titelseite:

Der Bundestag hat nun das „und“ gegen ein „oder“ ausgetauscht.

c) Tatsächlich jedoch wurde der zitierte Satz durch das Gesetz zur Änderung des Gesetzes zur Regelung der Miethöhe vom 15.12.1995 (BGBl I S. 1722) geändert in:

Der Erhöhungssatz ermäßigt sich auf 15 vom Hundert bei Wohnraum, bei dem die Zentralheizung oder das Bad oder beide Ausstattungsmerkmale fehlen.

Formalisieren und analysieren Sie die Zitate vom Standpunkt der Aussagenlogik!

4. Beweisen Sie mithilfe der Wahrheitswerttabelle den Satz von der Kontraposition (Prinzip des indirekten Beweises): $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$!

5. Es gelte folgende Implikation:

{Die Ware ist verdorben.} \Rightarrow {Die Ware darf nicht verkauft werden.}

Welche Folgerungen können getroffen werden, wenn folgende Aussagen wahr sind:

- a) Die Ware ist verdorben. b) Die Ware ist nicht verdorben.
c) Die Ware darf verkauft werden. d) Die Ware darf nicht verkauft werden.

6. Nutzen Sie die Implikation $a=b \Rightarrow a^2=b^2$ zur Lösung der Gleichung $\sqrt{28-x}-\sqrt{x-3}=1$!

7. Unter welchen Voraussetzungen an die reellen Zahlen a, b, c und d sind die Aussagen $ab > cd$ und $\frac{a}{d} > \frac{c}{b}$ äquivalent?

8. Ermitteln Sie in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten der Aussagen p, q und r den Wahrheitswert von $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$!

9. Es sei bekannt, dass $(p \vee \neg q) \Rightarrow \neg r$, $\neg s \Rightarrow p$ und $s \Rightarrow r$ gilt. Welche Schlüsse kann man daraus ziehen, dass q falsch ist?