

Höhere Mathematik I.1

Aufgabenkomplex 5: Inverse Matrix, Determinanten, Analytische Geometrie

Letzter Abgabetermin: 23. Januar 2012

(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.1, Aufgabenkomplex 5“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

Alle Aufgaben sind ohne elektronische Hilfsmittel zu lösen!

1. Seien a und b beliebige reelle Parameter. Berechnen Sie
- $$\begin{vmatrix} a & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & b & 1 & -1 \end{vmatrix} !$$

Für welche Parameterwerte verschwindet die Determinante?

2. Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & a \end{pmatrix}$.

- a) Berechnen Sie $\det(A)$ und A^{-1} in Abhängigkeit vom Parameter a !
b) Lösen Sie unter Verwendung des Ergebnisses von a) das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + z &= 2 \\ 2x + y + 3z &= 7 \quad ! \\ 3x + y + 5z &= 12 \end{aligned}$$

3. Berechnen Sie $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 1 & -6 & 7 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^T$!

4. Betrachtet werden die Dreiecke ABC mit den Eckpunkten $A(1, 0, -1)$, $B(2, 2, 1)$, $C(4, -2, 5)$ und DEF mit den Eckpunkten $D(4, 4, 11)$, $E(5, 6, 13)$ und $F(7, 2, 17)$.

- a) Zeigen Sie, dass die Dreiecke durch Parallelverschiebung auseinander hervorgehen!
b) Bestimmen Sie die Gleichungen der beiden Ebenen, in denen die Dreiecke liegen, in parameterfreier Form!
c) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Dreiecke!
d) Die beiden Dreiecke seien Grund- und Deckfläche eines Prismas. Bestimmen Sie dessen Seitenlängen, Höhe und Volumen!

5. a) Zeigen Sie, dass die Geraden $g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \\ 16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ zueinander windschief sind!

- b) Ermitteln Sie die Richtung ihres gemeinsamen Lotes!
c) Geben Sie die Gleichung der Ebene an, die die Gerade g_1 und das gemeinsame Lot enthält!
d) Wo schneidet diese Ebene die Gerade g_2 ?
e) Wo beginnt das Lot auf der Geraden g_1 ?
f) Welchen Abstand haben die windschiefen Geraden voneinander?
g) Ermitteln Sie zwei zueinander parallele Ebenen, von denen die eine die Gerade g_1 und die andere die Gerade g_2 enthält! Welchen Abstand haben diese Ebenen voneinander?