

Höhere Mathematik I.1

Aufgabenkomplex 3: Vektoren und Matrizen

Letzter Abgabetermin: 8. Dezember 2011

(in Übung oder Briefkasten bei Zimmer Rh. Str. 39/712)

Bitte die Arbeiten deutlich mit „Höhere Mathematik I.1, Aufgabenkomplex 3“ kennzeichnen und die Übungsgruppe angeben, in der die Rückgabe erfolgen soll!

Alle Aufgaben sind ohne elektronische Hilfsmittel zu lösen!

- Bestimmen Sie eine Basis der Menge $\left\{ \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 11 \end{pmatrix}, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \right\}$. Was stellt die Menge geometrisch dar?
- Berechnen Sie die Längen der Vektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} \\ -4\sqrt{3} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -3-12\sqrt{3} \\ 4+3\sqrt{3} \\ -12+4\sqrt{3} \end{pmatrix}$ und die Winkel zwischen diesen Vektoren! Was stellen Sie fest?
- Zerlegen Sie den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$ in seine Komponente in Richtung des Vektors $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und die dazu orthogonale Komponente!
- Für Vektoren $\vec{x}, \vec{y} \in \mathbb{R}^n$ gilt die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung $|\vec{x} \cdot \vec{y}| \leq \|\vec{x}\| \|\vec{y}\|$.
 - Welcher Zusammenhang besteht zwischen dieser Ungleichung und dem Wertebereich des Kosinus? Wann ist die Ungleichung mit dem Gleichheitszeichen erfüllt?
 - Erläutern Sie die Ungleichung anhand der maximal möglichen Arbeit, die eine Kraft vom Betrag F in Abhängigkeit von ihrer Wirkungsrichtung in eine vorgegebene Richtung \vec{s} verrichten kann!
- In einer Firma werden aus Ausgangsstoffen A_1, A_2 und A_3 Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 und aus den Ausgangs- und Zwischenprodukten Endprodukte E_1, E_2 und E_3 gefertigt. Im Einzelnen werden für eine Einheit Z_1 5 Einheiten A_1 , 2 Einheiten A_2 und 1 Einheit A_3 , für eine Einheit Z_2 6 Einheiten A_1 und 2 Einheiten A_3 sowie für eine Einheit Z_3 4 Einheiten A_1 und je 2 Einheiten A_2 und A_3 benötigt, während für ein Stück E_1 5 Einheiten A_1 , 2 Einheiten Z_1 , 3 Einheiten Z_2 und 1 Einheit Z_3 , für ein Stück E_2 3 Einheiten Z_1 und 2 Einheiten Z_2 und für ein Stück E_3 je eine Einheit Z_1, Z_2 und Z_3 benötigt werden.
 - Geben Sie die Aufwandsmatrizen für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Zwischenprodukten, für den Zusammenhang von Zwischen- und Endprodukten sowie für den Zusammenhang von Ausgangsstoffen und Endprodukten an!
 - Ein Kunde bestellt 10 Stück E_1 , 20 Stück E_2 und 30 Stück E_3 sowie 20 Einheiten Z_1 . Welche Mengen an Ausgangsstoffen werden benötigt?

6. Berechnen Sie die Produkte

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 7 & -1 & 3 & 6 & 2 \\ -8 & 4 & -2 & 1 & -7 \\ -3 & 5 & 6 & 0 & 4 \\ 0 & -7 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

und

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \\ 7 & -1 & 3 & 6 & 2 \\ -8 & 4 & -2 & 1 & -7 \\ -3 & 5 & 6 & 0 & 4 \\ 0 & -7 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

sofern diese existieren!