

Höhere Mathematik I.2

Übung 10: Bestimmte und uneigentliche Integrale

1. Ermitteln Sie folgende Integrale:

a)  $\int_{-2}^3 2x^2 dx$ ,   b)  $\int_{-1}^1 |x| dx$ ,   c)  $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+1}$ ,   d)  $\int_0^3 \frac{dx}{x^2+9}$ ,   e)  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} |\sin x| dx$  !

2. a) Berechnen Sie  $\int_0^4 (x-1)(x-2)(x-3) dx$  !

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von  $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ ,  $x = 0$ ,  $x = 4$  und  $y = 0$  begrenzt wird!

3. Die Herstellungskosten für ein Produkt werden für die 12 Monate eines Jahres mit  $K_m = 100 \left( 10 + m + 2me^{-m/12} \right)$ ,  $m = 1, 2, \dots, 12$  prognostiziert. Durch Addition erhält man als Jahressumme  $\sum_{m=1}^{12} K_m \approx 27834,94$ .

- a) Die Kostenprognose für das Jahr soll mit Hilfe des Integrals  $\int_0^{12} K(t) dt$  erfolgen, wobei  $K(t) = 100 \left( 10 + t + 2te^{-t/12} \right)$  ist. Berechnen Sie dieses Integral!
- b) Stellen Sie das Integral und die Summe als Flächen dar!
- c) Warum wird bei der Prognose mit dem Integral die Jahressumme unterschätzt? Wie könnte diese für die gegebene Funktion besser mit einem Integral prognostiziert werden?

4. Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a)  $\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$ ,   b)  $\int_8^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$ ,   c)  $\int_{-1}^0 \frac{1}{x} dx$ ,   d)  $\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$ ,   e)  $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  !