

Höhere Mathematik I.2

Übung 9: Stammfunktionen

1. Ermitteln Sie folgende Integrale:

a) $\int \frac{(x^2+2)^3}{x^3} dx$, b) $\int \left(\frac{2}{5}x\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{7}{x} \right) dx$, c) $\int (e^{x+1} + 2^{-x} - \pi) dx$,
d) $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$!

2. Integrieren Sie durch Substitution:

a) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+2} dx$, b) $\int \sin^2 x \cos x dx$, c) $\int (5 \sin 4x - 3 \cos 2x) dx$,
d) $\int \sqrt[5]{6x+7} dx$, e) $\int \frac{1}{x^2+4} dx$, f) $\int e^{2x^2+4} x dx$!

3. Ermitteln Sie durch partielle Integration:

a) $\int x e^{2x} dx$, b) $\int \sin 3x x^2 dx$!

4. Ein Körper, der zum Zeitpunkt $t=0$ in 2000 m Höhe fallengelassen werde, erreiche eine Geschwindigkeit von $v(t) = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(1 - e^{-\frac{t}{5\text{s}}} \right)$. Bestimmen Sie seine Höhe in Abhängigkeit von der Zeit!

5. Berechnen Sie die Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{\cos x + 3}$ mit Hilfe der Substitution $t = \tan \frac{x}{2}$,
 $\cos x = \frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2}$! Überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch eine Probe!

Hinweis für die Probe: $\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}$