

Höhere Mathematik I.2

Übung 5: l'Hospitalsche Regel, Elastizität, zweite Ableitungen

1. Wenden Sie die l'Hospitalsche Regel auf folgende Grenzwerte an:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$, b) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \tan \frac{x}{2}$, c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$, d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{\sin x - x}$, e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \cos x}{x + \sin x}$,
f) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right) !$

2. Die vom Preis p abhängige Nachfragefunktion eines Produktes laute $N(p) = \frac{20000}{2p+3}$. Ermitteln Sie für einen Preis von $p = 2$ die Auswirkungen einer Preiserhöhung von 1 % mit Hilfe der Elastizität sowie exakt!

3. a) Wie errechnet sich der Radius einer Kugel (Körper), wenn Masse und Dichte bekannt sind?

b) Eine Kugel besteht aus einer Metalllegierung mit einer Dichte von $(8 \pm 0.1) \text{ g/cm}^3$ und wiegt 2 kg. Schätzen Sie den absoluten und den relativen Fehler bei der Bestimmung des Radius aus diesen Angaben ab!

4. Wie in Aufgabe 1 aus Übung 3 wird ein Fahrzeug betrachtet, das sich nach $s(t) = 20 + 10t + 100t^2 - 30t^3$ bewegt. Dabei wird der Weg s in Kilometern, die Zeit t in Stunden gemessen.

a) Berechnen Sie die Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit! Ermitteln Sie ihren Zahlwert in km/h^2 sowie in m/s^2 zum Zeitpunkt $t = 1$!

b) Von welchem Zeitpunkt an wird das Fahrzeug langsamer?

c) Von wann an fährt das Fahrzeug rückwärts?

5. Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ und ihrer ersten und zweiten Ableitung für $x \rightarrow 0$!