

## Höhere Mathematik I.2

### Übung 4: Tangente, Newtonverfahren, Anwendung der Ableitung

- Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \sqrt{\frac{9x+8}{3x^2+2}}$ .
  - Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an die Funktion  $f(x)$  im Punkt  $x_0 = 0$  !
  - Geben Sie mithilfe des Ergebnisses von a) Näherungswerte für  $f(0,0008)$  und  $f(0,008)$  an und vergleichen Sie diese mit den tatsächlichen Funktionswerten!
  - Notieren Sie für die Situationen in b) jeweils Differenzial  $df$  und tatsächliche Funktionswertänderung  $\Delta f$  !
- Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an die Kurve  $f(x) = \sqrt{1+\cos x}$  im Punkt  $x = \pi$  und skizzieren Sie  $f(x) = \sqrt{1+\cos x}$  !  
**Hinweis:**  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- Lösen Sie die Gleichung  $x = \cos x$  mithilfe des Newtonverfahrens!
- Wenden Sie zur Bestimmung einer Nullstelle der Funktion  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 3$  das Newtonverfahren mit den Startwerten  $x_0^{(a)} = 1$  und  $x_0^{(b)} = 0$  an! Kommentieren Sie das Ergebnis!
- § 32a Abs. 1 des [Einkommensteuergesetzes](#) (EStG) in der nach § 52 Abs. 41 dieses Gesetzes für die Veranlagungszeiträume 2010 bis 2012 anzuwendenden Fassung bestimmt den Einkommensteuertarif wie folgt:

*Die tarifliche Einkommensteuer bemisst sich nach dem zu versteuernden Einkommen. Sie beträgt vorbehaltlich der §§32b, 32d, 34, 34a, 34b und 34c jeweils in Euro für zu versteuernde Einkommen*

- bis 8 004 Euro (Grundfreibetrag): 0;
- von 8 005 Euro bis 13 469 Euro:  $(912,17 \cdot y + 1 400) \cdot y$ ;
- von 13 470 Euro bis 52 881 Euro:  $(228,74 \cdot z + 2 397) \cdot z + 1 038$ ;
- von 52 882 Euro bis 250 730 Euro:  $0,42 \cdot x - 8 172$ ;
- von 250 731 Euro an:  $0,45 \cdot x - 15 694$ .

„y“ ist ein Zehntausendstel des 8 004 Euro übersteigenden Teils des auf einen vollen Euro-Betrag abgerundeten zu versteuernden Einkommens. „z“ ist ein Zehntausendstel des 13 469 Euro übersteigenden Teils des auf einen vollen Euro-Betrag abgerundeten zu versteuernden Einkommens. „x“ ist das auf einen vollen Euro-Betrag abgerundete zu versteuernde Einkommen. Der sich ergebende Steuerbetrag ist auf den nächsten vollen Euro-Betrag abzurunden.

Um differenzieren zu können, soll hier von den Rundungsvorschriften abgesehen werden.

- Ermitteln Sie den Grenzsteuersatz in Abhängigkeit vom zu versteuernden Einkommen (im Folgenden Einkommen)!
- Ermitteln Sie für ein Einkommen von 23 469 € die zu entrichtende Steuer, ihren prozentualen Anteil am Einkommen, den Grenzsteuersatz sowie die Steuerverminderung, die durch zusätzliche Werbungskosten von 100 € erreicht wird!
- Ein Steuerpflichtiger hat durch den Kauf von Fachliteratur zusätzliche Werbungskosten von 200 €. Schätzen Sie für Einkommen von 10 000, 100 000 und 300 000 € mit Hilfe des Grenzsteuersatzes ab, um wieviel sich dadurch seine Einkommensteuer vermindert! Vergleichen Sie die Ergebnisse mit der tatsächlichen Steuerverminderung!
- Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente für  $x = 52 881$  an die für den Bereich 3. gegebene Parabel! Kommentieren Sie das Ergebnis!