

Höhere Mathematik I.2

Übung 2: Interpolation, Grenzwerte, Stetigkeit

1. Für die Größen x und y liegen folgende Werte vor:

x	4	5	8
$y(x)$	0	24	60

 (z.B. erfüllt von $y(x) = 120 - \frac{480}{x}$).

- a) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch lineare Interpolation aus $y(5)$ und $y(8)$!
- b) Ermitteln Sie eine Näherung für $y(6)$ durch quadratische Interpolation aus $y(4)$, $y(5)$ und $y(8)$!

Bestimmen Sie dabei die Interpolationspolynome durch Lagrange-Interpolation! Wie könnten die Polynome alternativ bestimmt werden?

2. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, sofern diese existieren:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)^2}{1-x^2}$,
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right)$,
- c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{4x^2 + 5x + 6}$,
- d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^5 (3x+2)^{10}}{(2x+1)^{15}}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2 + \sqrt[3]{x^5}}$,
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$!

3. Berechnen Sie die folgenden einseitigen Grenzwerte:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x}$,
- b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x}$,
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2}$,
- d) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2}$,
- e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$,
- f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$!

Existieren auch die Grenzwerte?

4. In welchen Punkten $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen stetig:

- a) $f(x) = |x|$,
- b) $f(x) = \frac{(1-x)^2}{1-x^2}$,
- c) $f(x) = \cos x \sin x$,
- d) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$?