

Höhere Mathematik I.2

Übung 1: Funktionen

1. Handelt es sich bei den folgenden Zuordnungsvorschriften um Funktionen:

- a) Mütter \rightarrow Kinder, b) Kinder \rightarrow Mütter, c) $y = \begin{cases} 3x - 1, & x \leq 1 \\ x^2 + 1, & x \geq 1 \end{cases}$,
d) $y = \begin{cases} 1 - x, & x \leq 1 \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$, e) $x^2 + 4x + y^2 - 6y = 3$, f) $y = \min(0, x + 1, x^2 - 1)$?

Wenn ja, sind die Funktionen eineindeutig? Geben Sie ggf. Definitions-, Werte- und Monotoniebereiche sowie die Umkehrfunktion an! Wenn nein, durch welche Einschränkungen könnten durch die Vorschriften Funktionen definiert werden?

2. Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} + 1}$, $x \geq 0$.

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ eineindeutig ist, bestimmen Sie ihre Umkehrfunktion und deren Definitionsbereich!
b) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x)$ und ihre Umkehrfunktion über ihren gesamten Definitionsbereichen streng monoton wachsend sind!

3. Für die Bestimmung des Vorzeichens und das Abrunden einer Zahl werden die Funktionen „Signum“ (Vorzeichen) und „Gaußklammer“ (ganzer Teil, „Entier“) durch

$$\operatorname{sign} x = \begin{cases} +1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad [x] = z \in \mathbb{Z} : z \leq x < z + 1$$

eingeführt. Skizzieren Sie diese Funktionen!

4. Nach § 13 Abs. 2 Satz 1 Nr. 2 der [Straßen-Verkehrsordnung \(StVO\)](#) ist dort, wo die Benutzung einer Parkscheibe vorgeschrieben ist, der „Zeiger der Scheibe auf den Strich der halben Stunde“ einzustellen, „die dem Zeitpunkt des Anhaltens folgt.“ Auf dem entsprechenden Zusatzzeichen sei eine Parkzeit von 2 Stunden angegeben.

- a) Stellen Sie die tatsächlich mögliche Parkzeit in Abhängigkeit vom Zeitpunkt des Anhaltens grafisch dar!
b) Sei t die zum Zeitpunkt des Anhaltens seit Mitternacht vergangene Zeit in Sekunden. Geben Sie die tatsächliche mögliche Parkzeit mithilfe der Gaußklammer als Funktion von t an!
c) Geben Sie den Zeitpunkt t in der Form hh:mm:ss an!

5. Von „kaufmännischer Rundung“ wird gesprochen, wenn bei positiven Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 auf- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 abgerundet, bei negativen Zahlen im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 5–9 ab- und im Falle der nachfolgenden Dezimalstelle 0–4 aufgerundet wird. Beschreiben Sie die kaufmännische Rundung auf eine ganze Zahl mit Hilfe der Signum-Funktion und der Gaußklammer!