

Höhere Mathematik I.2

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (5 Punkte)

- Erläutern Sie das Newtonverfahren zur näherungsweise Lösung nichtlinearer Gleichungen und leiten Sie seine Iterationsvorschrift her!
- Führen Sie ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$ einen Iterationsschritt des Newtonverfahrens zur Bestimmung der Nullstelle der Funktion $f(x) = \sin x - 2x + 1$ aus!

2. (8 Punkte)

Sei $f(x) = 8x^{3/2}$. Berechnen Sie $f(1,1)$ näherungsweise durch Taylorentwicklung von $f(x)$ bis zum quadratischen Glied an der Stelle $x_0 = 1$ und schätzen Sie den Fehler mithilfe des Lagrangeschen Restgliedes ab!

3. (7 Punkte)

Berechnen Sie den Inhalt der von $x=0$, $x=1$, $y=0$ und $y = \pi \cos \frac{(2x+1)\pi}{2} - x(1+x)\sqrt{x} - \frac{11}{35}$ begrenzten Fläche!

Hinweis: Die Funktion $f(x) = \pi \cos \frac{(2x+1)\pi}{2} - x(1+x)\sqrt{x} - \frac{11}{35}$ hat zwischen 0 und 1 keine Nullstelle.

4. (6 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion $f(x, y) = 3x^2 + 2y^2 - 4xy + 22x - 16y$ auf Extremwerte!

5. (7 Punkte)

Lösen Sie das Differenzialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x + 2y + 4z \\ \dot{y} &= y \\ \dot{z} &= 2x - z \quad !\end{aligned}$$

6. (7 Punkte)

Lösen Sie mit dem Simplexalgorithmus die Optimierungsaufgabe

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 &\longrightarrow \max \\ 3x_1 + x_2 &\leq 4 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \quad !\end{aligned}$$