

Höhere Mathematik I.2

Prüfungsklausur

**Allgemeine Hinweise:** Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!  
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

**Zugelassene Hilfsmittel:** ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (7 Punkte)

Berechnen Sie

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{3x} - 1}$ ,      b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{e^{3x}}$ ,      c)  $\int e^{3x^2 + 2x + 1} (6x + 2) dx$ ,      d)  $\int_{-2}^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$  !

2. (5 Punkte)

Lösen Sie die Differenzialgleichung  $y' - 2\frac{y}{x} = x^2$  !

3. (5 Punkte)

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix  $\begin{pmatrix} 11 & 12 \\ -8 & -9 \end{pmatrix}$  !

4. (8 Punkte)

Lösen Sie die lineare Optimierungsaufgabe

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 - x_2 & \longrightarrow & \max \\ -x_1 + 2x_2 & \leq & 4 \\ -x_1 + x_2 & \leq & 1 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

auf zwei verschiedenen Wegen, und zwar a) auf grafischem Wege und  
b) mit dem Simplexverfahren!

5. (9 Punkte)

Betrachtet wird die Funktion  $f(x, y) = 4x - x^2 + y$ .

- Stellen Sie die Niveaulinie der Funktion  $f(x, y)$  durch den Punkt  $(x, y) = (0, 4)$  als Funktion einer Veränderlichen  $y = y(x)$  dar!
- Skizzieren Sie das Niveaulinienbild der Funktion  $f(x, y)$  ! Heben Sie in diesem die bei a) ermittelte Niveaulinie hervor!
- Ermitteln Sie für den Punkt  $(x, y) = (0, 4)$  die Richtung des steilsten Anstiegs der Funktion  $f(x, y)$  sowie die Richtungsableitung in diese Richtung! Zeichnen Sie die Richtung in das Niveaulinienbild ein!
- In welche Richtung ist die Richtungsableitung im Punkt  $(x, y) = (0, 4)$  gleich 0? Zeichnen Sie auch diese Richtung in das Bild ein!
- Welche Beziehung besteht zwischen der Niveaulinie durch den Punkt  $(x, y) = (0, 4)$  und der Gerade mit der bei d) ermittelten Richtung durch diesen Punkt?

6. (6 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion  $f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4xy - 12x + 14y + 22$  auf Extremwerte!