

Höhere Mathematik I.1

Übung 10: Inhomogene lineare Gleichungssysteme

1. Lösen Sie mit dem Gaußschen Algorithmus die Gleichungssysteme

$$\begin{array}{l} x - 2y + 3z = 4 \\ \text{a) } 3x + y - 5z = 5, \quad \text{b) } 3x + y - 5z = 5, \quad \text{c) } 3x + y - 5z = 5 \quad ! \\ 2x - 3y + 3z = 8 \quad \quad \quad 5x - 3y + z = 8 \quad \quad \quad 5x - 3y + z = 13 \end{array}$$

Geben Sie jeweils auch die Ränge der Koeffizientenmatrix und der erweiterten Koeffizientenmatrix an und stellen Sie den Zusammenhang zu den Lösbarkeitseigenschaften der Gleichungssysteme dar! Interpretieren Sie die Ergebnisse geometrisch!

2. Gegeben sei das Gleichungssystem $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 6 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$.

- a) Geben Sie, sofern das möglich ist, eine Darstellung der allgemeinen Lösung an, in der x_4 und x_5 frei gewählt werden können!
- b) Geben Sie, sofern das möglich ist, eine Darstellung der allgemeinen Lösung an, in der x_3 und x_4 frei gewählt werden können!
- c) Geben Sie die spezielle Lösung an, für die $x_1 = 1$ und $x_2 = -1$ gilt!
- d) Geben Sie die allgemeine Lösung des zugehörigen homogenen Gleichungssystems an!

3. In einer Stanzerie werden aus Blechtafeln drei verschiedene Teile T_1 , T_2 und T_3 gestanzt. Dazu werden vier verschiedene Stanzschablonen S_1 , S_2 , S_3 und S_4 genutzt. Bei Verwendung dieser Schablonen entstehen folgende Stückzahlen der Teile:

	pro Stanzvorgang			
	S_1	S_2	S_3	S_4
Anzahl T_1	1	1	0	0
Anzahl T_2	1	0	1	0
Anzahl T_3	2	4	6	8

Es ist nun ein Auftrag von 3 T_1 , 2 T_2 und 40 T_3 zu stanzen. Wie oft müssen die einzelnen Schablonen zur Anwendung kommen, wenn möglichst wenig Blechtafeln verbraucht werden sollen?

4. Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 9x_4 + 9x_5 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 + ax_5 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 3x_5 = b \end{array}$$

- a) Wenden Sie auf das Gleichungssystem den Gaußschen Algorithmus an! Für welche Werte der Parameter a und b ist das Gleichungssystem lösbar? Geben Sie im Falle der Existenz die allgemeine Lösung des Gleichungssystems an!
- b) Wie viele frei wählbare Parameter enthält die allgemeine Lösung des zu dem gegebenen Gleichungssystem zugehörigen homogenen Systems? Geben Sie diese Lösung an!