

Höhere Mathematik I.1

Übung 3: Mengenlehre, Umrechnung von Einheiten

- Sei $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ die Menge der natürlichen und \mathbb{R} die Menge der reellen Zahlen. Beschreiben Sie (ggf. grafisch) folgende Mengen:
 - $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 7\}$,
 - $\{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x^2 \leq 50\}$,
 - $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x \leq 7\}$,
 - $(1, 4)$, $[1, 4)$, $(1, 4]$, $[1, 4]$, $[1, \infty)$, $(-\infty, 4)$,
 - $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$,
 - $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$,
 - $(1, 4) \cap \mathbb{N}$,
 - $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 9\}$,
 - $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, y \geq 3x + 4\}$,
 - $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, |x| \leq 5, |y| \leq 3\}$,
 - $\{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, |x - 3| \leq 2, |y + 1| \leq 4\}$!
- Bilden Sie für folgende Mengen jeweils die Mengen $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$ und stellen Sie diese grafisch dar:
 - $A = (-\infty, 4]$, $B = (1, \infty)$,
 - $A = [-1, 2)$, $B = [0, 2]$,
 - $A = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 25\}$, $B = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \geq 9\}$!
- Welchen Wahrheitswert hat die Aussage
Menge aller Schimpansen \cap Menge aller Giraffen = $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2x + 2 \leq 0\}$?
- Veranschaulichen Sie die Beziehung $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ am Venn-Diagramm und beweisen Sie mit Mitteln der Aussagenlogik!
- Rechnen Sie folgende Angaben um:
 - 0,4 hl/s in m^3/h ,
 - 20 yd/s in km/h (1 yd (yard) = 36 in (inches), s. Aufgabe 6),
 - 0,0263 lb/in² in kg/m^2 (1 lb (international avoirdupois pound) = 453,59237 g)!
- Ein von einer Digitalkamera mit einer Auflösung von 8 Megapixel im Seitenverhältnis 4 : 3 aufgenommenes Bild soll mit einer relativen Auflösung von 600 dpi gedruckt werden. Bestimmen Sie die Seitenlängen des Ausdrucks in Zentimetern! Die Begriffe Pixel und Punkt (dot) sollen dabei hier gleichgesetzt werden. Für die Einheit Zoll wird der 1958 durch eine britisch-amerikanische Vereinbarung festgelegte „international inch“ mit einer Länge von 2,54 cm verwendet.
Wer sich für die Abgrenzung zwischen den Begriffen Pixel und Punkt genauer interessiert, findet Näheres z.B. in dem Wikipediaartikel [Punktdichte](#) (Relative Auflösung).
- Sei $A = \{(x, y) \mid 2x + 3y = 8\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 2y = 5\}$. Stellen Sie die Lösung des Gleichungssystems $2x + 3y = 8$, $x + 2y = 5$ als Menge dar (auch grafisch)!