

## Höhere Mathematik I.1

### Prüfungsklausur

**Allgemeine Hinweise:** Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!  
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

**Zugelassene Hilfsmittel:** ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

**1. (6 Punkte)**

Für welche reellen Zahlen  $x$  gilt  $\frac{2|x|}{x+3} \leq 1$  ?

**2. (7 Punkte)**

Berechnen Sie  $\frac{(\sqrt{3}+i)^{15}}{(1-i)^{22}}$  !

**3. (8 Punkte)**

An 30 Personen sollen Preise im Wert von 30 €, 24 € bzw. 18 € vergeben werden, wofür insgesamt genau 600 € verwendet werden sollen. Welche Möglichkeiten zum Kauf der 30 Preise gibt es, wenn jede Wertstufe mindestens einmal vertreten sein soll?

**4. (6 Punkte)**

Bestimmen Sie die Determinante der Matrix  $\begin{pmatrix} 0 & b & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & -5 & 1 \\ 0 & 3 & 4 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & a & 0 \end{pmatrix}$  !

Wie groß kann der Rang der Matrix maximal werden? Welche Bedingungen müssen die Parameter  $a$  und  $b$  erfüllen, damit die Matrix diesen maximalen Rang hat?

**5. (8 Punkte)**

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene durch die Punkte  $(1,1,3)$ ,  $(-3,2,8)$  und  $(3,-1,-3)$  in parameterfreier Form!

b) Zerlegen Sie den Vektor  $\begin{pmatrix} 1 \\ 15 \\ -7 \end{pmatrix}$  in eine zu dieser Ebene orthogonale Komponente und eine Komponente in dieser Ebene!

**6. (5 Punkte)**

Wann spricht man von einer geometrischen Folge? In welchen Fällen konvergiert eine geometrische Folge, in welchen divergiert sie bestimmt und in welchen divergiert sie unbestimmt? Geben Sie im Falle der Konvergenz auch die Grenzwerte an!