

Höhere Mathematik I.1

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (5 Punkte)

Bestimmen Sie den Wahrheitswert des Ausdrucks $p \wedge [(p \Rightarrow q) \iff (\neg q \Rightarrow \neg p)]$ in Abhängigkeit von den Wahrheitswerten von p und q und vereinfachen Sie den Ausdruck!

2. (7 Punkte)

Berechnen Sie $\frac{(1 + \sqrt{3}i)^9}{(1 + i)^{14}}$!

3. (9 Punkte)

Für die Herstellung von Endprodukten E_1, E_2, E_3 und E_4 werden Baugruppen B_1, B_2 und B_3 nach folgendem Schema benötigt:

| | E_1 | E_2 | E_3 | E_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| B_1 | 1 | 2 | 2 | 5 |
| B_2 | 2 | 2 | 3 | 2 |
| B_3 | 3 | 3 | 0 | 3 |

Es stehen 50 Baugruppen B_1 , 50 Baugruppen B_2 und 30 Baugruppen B_3 zur Verfügung. Wie viele der einzelnen Endprodukte sind daraus zu fertigen, wenn alle vorhandenen Baugruppen verwendet werden sollen?

4. (11 Punkte)

Die Punkte $A(3, 0, -1)$, $B(3, 3, 0)$ und $C(7, 3, 1)$ liegen in der Ebene E .

- Bestimmen Sie den Normalenvektor der Ebene E und die Gleichung der Ebene in parameterfreier Form!
- Zerlegen Sie den Vektor \vec{AC} in seine Komponente in Richtung des Vektors \vec{AB} und die dazu orthogonale Komponente!
- Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC **sowohl** mithilfe des Ergebnisses von a) **als auch** mithilfe des Ergebnisses von b)!
- Bestimmen Sie den Fußpunkt des Lotes vom Punkt $(13, 20, -20)$ auf die Ebene E und den Abstand dieses Punktes von der Ebene!

5. (8 Punkte)

a) Geben Sie die Formeln für die Partialsummen von $(3^n)_{n=0}^\infty$ und $\left(\frac{1}{3^n}\right)_{n=0}^\infty$ an!

b) Bestimmen Sie mithilfe dieser Formeln $\sum_{n=0}^4 3^n$ und $\sum_{n=0}^4 \frac{1}{3^n}$!

c) Wogegen konvergieren die Reihen $\sum_{n=0}^\infty 3^n$ und $\sum_{n=0}^\infty \frac{1}{3^n}$?

d) Welches Guthaben erreicht ein zu 200 % p.a. verzinstes Konto, in das 5 Jahre lang jeweils zu Jahresbeginn 10 Währungseinheiten eingezahlt werden, am Ende des 5. Jahres?