

Höhere Mathematik I.1

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (6 Punkte)

Lösen Sie unter Verwendung der Implikation $a = b \implies a^2 = b^2$ die Gleichung $\sqrt{x-1} - \sqrt{21-x} = 2$!

2. (7 Punkte)

Bestimmen Sie die Polardarstellungen der komplexen Zahlen $z_1 = -1 + i$, $z_2 = \sqrt{27} + 3i$ und $z_3 = 36$ und berechnen Sie mit ihrer Hilfe $\frac{z_1^{10} z_2^4}{z_3^2}$! Geben Sie das Ergebnis auch in algebraischer Darstellung an!

3. (5 Punkte)

- Definieren Sie die Begriffe Dimension und Basis eines Vektorraumes!
- Für welche Werte des Parameters a handelt es sich bei der Ebene $x + y + z = a$ um einen Unterraum des \mathbb{R}^3 ? Geben Sie in dem Fall, dass es sich um einen Unterraum handelt, eine Basis dieses Unterraumes an!

4. (8 Punkte)

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 8 \\ 2 & -3 & a \end{pmatrix}$.

- Berechnen Sie $\det(A)$ und A^{-1} in Abhängigkeit vom Parameter a !
- Lösen Sie unter Verwendung des Ergebnisses von a) das lineare Gleichungssystem
$$\begin{aligned} x &+ 3z = 3 \\ 2x + y + 8z &= 2 \quad ! \\ 2x - 3y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

5. (9 Punkte)

Ein Körper wird durch eine Kraft $\vec{F} = (3 \ 4 \ 5)^T$ vom Punkt $(8, 2, -3)$ zum Punkt $(5, 8, 3)$ bewegt.

- Zerlegen Sie die Kraft in eine Komponente in Bewegungsrichtung und in eine dazu orthogonale Komponente!
- Bestimmen Sie den Winkel zwischen Kraft- und Bewegungsrichtung!
- Bestimmen Sie die bei der Bewegung von der Kraft an dem Körper verrichtete Arbeit!

6. (5 Punkte)

In einen zu 25 % p.a. verzinsten Sparplan werden vier Jahre lang jeweils zu Jahresbeginn 256 Währungseinheiten eingezahlt. Welches Guthaben steht am Ende des vierten Jahres zur Verfügung?