

## Höhere Mathematik I.1

### Prüfungsklausur

**Allgemeine Hinweise:** Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!  
Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

**Zugelassene Hilfsmittel:** ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

#### 1. (4 Punkte)

Bei der Sächsischen Landesgartenschau betragen die Eintrittspreise für Tages-Einzelbesucher 13 €, bei Anreise mit ÖPNV 11 €. Vergünstigungen gibt es für „Begünstigte“, für die der Preis generell 10 €, sowie für Kinder, Jugendliche und Studenten, für die der Preis generell 3 € beträgt. Für Kinder unter 6 Jahre muss kein Eintritt bezahlt werden.

Stellen Sie durch Verknüpfung der Aussagen

$b$ : Besucher ist „Begünstigter“                       $j$ : Besucher ist Kind, Jugendlicher oder Student  
 $k$ : Besucher ist Kind unter 6 Jahren               $o$ : Besucher ist mit ÖPNV angereist

mit den Junktoren  $\neg$ ,  $\vee$  und  $\wedge$  dar, in welchen Fällen der Eintrittspreis für Tages-Einzelbesucher 13 € sowie in welchen Fällen er 11 € beträgt!

#### 2. (7 Punkte)

- Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Menge aller komplexen Zahlen  $z$ , die der Bedingung  $1 \leq |z-2+2i| \leq 2\sqrt{2}$  genügen!
- Enthält die Menge reelle Zahlen, wenn ja, welche?

#### 3. (4 Punkte)

- Wann heißt eine Menge Unterraum des  $\mathbb{R}^n$ ?
- Beschreiben Sie geometrisch, welche Mengen Unterräume des  $\mathbb{R}^3$  sind!

#### 4. (12 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & a \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Bestimmen Sie die Determinante und den Rang der Matrix  $A$  in Abhängigkeit vom Parameter  $a$ !
- Für welche  $a$  existiert die Inverse zur Matrix  $A$ ? Berechnen Sie die inverse Matrix!
- Lösen Sie im Falle  $a=3$  das Gleichungssystem  $A\vec{x} = (5 \ 6 \ 5)^T$ !
- Berechnen Sie die Matrix  $AB^T$  und geben Sie ihren Rang in Abhängigkeit von  $a$  an!

#### 5. (7 Punkte)

Bestimmen Sie durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors zwischen der Gerade  $g$  durch die Punkte  $(-3, 0, -1)$  und  $(9, 12, 5)$  und dem Punkt  $P(2, 2, 3)$  auf die Geradenrichtung den Fußpunkt des Lotes von  $P$  auf  $g$  sowie den Abstand zwischen  $P$  und  $g$ !

#### 6. (6 Punkte)

Beim Auswaschen eines Feststoffs aus einer Lösung der Masse  $u$  wird beim  $k$ -ten Abguss ( $k=1, 2, 3, \dots$ ) Feststoff der Masse  $u/100^k$  gewonnen. Welche Masse des Feststoffs hat man nach  $n$  Abgüssen insgesamt gewonnen? Was ergibt sich für  $n \rightarrow \infty$ ?