

Höhere Mathematik I.1

Prüfungsklausur

Allgemeine Hinweise: Jede Aufgabe ist auf einem gesonderten Blatt zu bearbeiten!

Schreiben Sie alle wesentlichen Schritte auf dem Weg zum Ergebnis nachvollziehbar auf!

Zugelassene Hilfsmittel: ein mit Namen versehenes beidseitig beliebig beschriftetes Blatt im Format A4

1. (4 Punkte)

Der Body-Mass-Index berechnet sich als $BMI = \frac{\text{Körpergewicht}}{(\text{Körpergröße})^2}$. Im angelsächsischen Raum erhält man bei Verwendung der traditionellen Maßeinheiten Pfund (lb) und Zoll (in) einen Wert in lb/in^2 . Um die in gängigen Tabellen in kg/m^2 angegebenen Normwerte des BMI verwenden zu können, müssen die Zahlenwerte von lb/in^2 durch Multiplikation mit einem Faktor C in kg/m^2 umgerechnet werden.

C ist einer der Werte 0,00142; 0,142; 7,03 oder 703. Begründen Sie anhand der Umrechnungsfaktoren $1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$, $1 \text{ lb} \approx 453,6 \text{ g}$, welcher der angegebenen Werte für C richtig ist!

2. (7 Punkte)

Bestimmen Sie die komplexe Zahl z , welche die Gleichung $\frac{(4-5i)z - 12 + 3i}{i} = 1 - 6i$ löst!

Geben Sie das Ergebnis in algebraischer, Polar- (trigonometrischer) und Exponentialdarstellung an!

3. (4 Punkte)

- Definieren Sie den Begriff der linearen Unabhängigkeit von n Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ ($n \geq 1$)!
- Erläutern Sie die geometrische Bedeutung des Begriffs anhand der möglichen Lagebeziehungen von drei Vektoren im dreidimensionalen Raum!

4. (10 Punkte)

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = & 3 \\ 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 & = & 13 \\ x_1 & + & 6x_3 + 5x_4 = -4 \\ -x_1 - 8x_2 + 6x_3 - x_4 & = & -24 \quad ! \end{array}$$

Welchen Rang hat die Koeffizientenmatrix, wie hängt dieser mit der Zahl der freien Variablen (frei wählbaren Parameter in der allgemeinen Lösung) zusammen? Führen Sie für die ermittelte allgemeine Lösung auch die Probe aus!

5. (9 Punkte)

In einem kartesischen Koordinatensystem mit den Koordinaten x , y und z werden die z -Achse sowie die Gerade durch die Punkte $(-1, 7, 6)$ und $(-5, 10, 7)$ betrachtet.

- Ermitteln Sie die zu diesen beiden Geraden senkrechte Richtung (Richtung des gemeinsamen Lotes)!
- Bestimmen Sie den Abstand der beiden Geraden durch Projektion eines beliebigen Verbindungsvektors auf die Richtung des gemeinsamen Lotes!

6. (6 Punkte)

Eine Bank zahlt einem Kunden 8 Jahre lang jeweils zu Jahresbeginn 1000 Währungseinheiten und fordert das so gewährte Darlehen am Ende des 8. Jahres in einer Summe einschließlich Zinsen zurück. Welchen Betrag fordert sie vom Kunden, wenn das Darlehen (sei es aus Wucher oder wegen einer sehr hohen Inflationsrate) mit 100 % pro Jahr zu verzinsen ist?