

### Aufgabe 21.57

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $y''' + y'' - 56y' = 56$  !

#### Lösung:

Lineare inhomogene Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

**homogen:**  $y'''(x) + y''(x) - 56y'(x) = 0$ ,  $\lambda^3 + \lambda^2 - 56\lambda = \lambda(\lambda^2 + \lambda - 56) = 0$ ,

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_{2/3} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{224}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{15}{2} = \begin{cases} 7 \\ -8 \end{cases}$$

allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung:  $y_{\text{hom}}(x) = A + Be^{7x} + Ce^{-8x}$

**inhomogen:** Störgliedansatz: Resonanzfall, da 0 Nullstelle des charakteristischen Polynoms ist  
(rechte Seite ist Lösung der homogenen Differentialgleichung)

$$y = Dx, \quad y' = D, \quad y'' = 0, \quad y''' = 0$$

$$\text{Einsetzen in inhomogene Dgl.: } -56D = 56, \quad D = -1$$

allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung:  $y(x) = -x + A + Be^{7x} + Ce^{-8x}$