

Aufgabe 21.56

Ermitteln Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung $y'' + y' - 56y = 56$!

Lösung:

Lineare inhomogene Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

homogen: $y''(x) + y'(x) - 56y(x) = 0$, $\lambda^2 + \lambda - 56 = 0$, $\lambda_{1/2} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{224}{4}} = -\frac{1}{2} \pm \frac{15}{2} = \begin{cases} 7 \\ -8 \end{cases}$

allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung: $y_{\text{hom}}(x) = Ae^{7x} + Be^{-8x}$

inhomogen: Störgliedansatz: für rechte Seite $\lambda = 0$, keine Resonanz

Ansatz: $y = Q_0(x) = C$, $y' = 0$, $y'' = 0$

Einsetzen in inhomogene Dgl.: $-56C = 56$, $C = -1$

allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung: $y(x) = -1 + Ae^{7x} + Be^{-8x}$