

Aufgabe 21.55

Lösen Sie die Differentialgleichung $y''(x) - 5y'(x) - 24y(x) = 9e^{-x}$!

Lösung:

Lineare inhomogene Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten

homogen: $y''(x) - 5y'(x) - 24y(x) = 0$, $\lambda^2 - 5\lambda - 24 = 0$, $\lambda_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{96}{4}} = \frac{5}{2} \pm \frac{11}{2} = \begin{cases} 8 \\ -3 \end{cases}$

allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung: $y_{\text{hom}}(x) = Ae^{8x} + Be^{-3x}$

inhomogen: Störgliedansatz: $y = Ce^{-x}$, $y' = -Ce^{-x}$, $y'' = Ce^{-x}$

$$(C + 5C - 24C)e^{-x} = 9e^{-x}, \quad -18C = 9, \quad C = -\frac{1}{2}$$

allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung: $y(x) = -\frac{1}{2}e^{-x} + Ae^{8x} + Be^{-3x}$