

### Aufgabe 21.20

Lösen Sie die Differentialgleichung  $y' = \frac{y}{x} \left(1 + \ln \frac{y}{x}\right) !$

**Hinweis:** Substitution:  $t(x) = \frac{y(x)}{x}$

**Lösung:**

$t(x) = \frac{y(x)}{x}$ ,  $t > 0$ , da sonst  $\ln \frac{y}{x}$  nicht definiert ist

$y(x) = t(x)x$ ,  $y' = t'x + t$ ,  $t'x + t = t(1 + \ln t)$ ,  $t'x = t \ln t$ ,  $\frac{dt}{dx}x = t \ln t$ ,

$\frac{dt}{t \ln t} = \frac{dx}{x}$  bzw.  $t = 1$  (ist Lösung)

$\frac{d \ln t}{\ln t} = \frac{dx}{x}$ ,  $\int \frac{d \ln t}{\ln t} = \int \frac{dx}{x}$

$\ln |\ln t| = \ln |x| + \ln C$   $C > 0$

$|\ln t| = C|x|$   $C > 0$

$\ln t = Cx$   $C$  beliebig reell ( $C = 0 \hat{=} t = 1$ , s. oben)

$t = e^{Cx}$   $C$  beliebig reell

$y = xe^{Cx}$   $C$  beliebig reell