

Aufgabe 21.16

Lösen Sie die Differentialgleichung $(1 + y^2) dx + xy dy = 0$!

Lösung:

$$(1 + y^2) dx = -xy dy$$

Trennung der Veränderlichen: $\frac{dx}{x} = -\frac{y dy}{1 + y^2} = -\frac{1}{2} \frac{d(1 + y^2)}{1 + y^2}$ bzw. $x = 0$ (ist Lösung)

$$\ln|x| = -\frac{1}{2} \ln(1 + y^2) + \ln C, \quad C > 0$$

$$\ln|x| + \frac{1}{2} \ln(1 + y^2) = \ln C, \quad C > 0$$

$$|x| \sqrt{1 + y^2} = C, \quad C > 0$$

$x^2(1 + y^2) = C, \quad C \geq 0$ (C^2 wieder C genannt, Fall $x=0$ (siehe oben) durch $C=0$ eingeschlossen)

Die implizite Darstellung ist ausreichend, da in der Aufgabenstellung nicht gesagt ist, dass eine Funktion $y(x)$ oder $x(y)$ gesucht ist.)