

Aufgabe 20.78

Berechnen Sie die Zirkulation des Vektorfeldes $\begin{pmatrix} y-x \\ 2x-y \\ z \end{pmatrix}$ über dem Rand des im I. Quadranten liegenden Sektors der Kreisfläche mit Radius 3 um den Koordinatenursprung in der x - y -Ebene!

Lösung:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} y-x \\ 2x-y \\ z \end{pmatrix}, \quad \operatorname{rot} \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ y-x & 2x-y & z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nach dem Stokesschen Integralsatz gilt für die Zirkulation $\oint_C \vec{a} \cdot d\vec{x} = \iint_S \operatorname{rot} \vec{a} \cdot \vec{n} dS =$

$\iint_S 0 dy dz + 0 dz dx + 1 dx dy = \iint_S dx dy$, das ist die Fläche des Sektors (Viertelkreises), also ist

die Zirkulation gleich $\frac{\pi 3^2}{4} = \underline{\underline{\frac{9}{4}\pi}}$.