

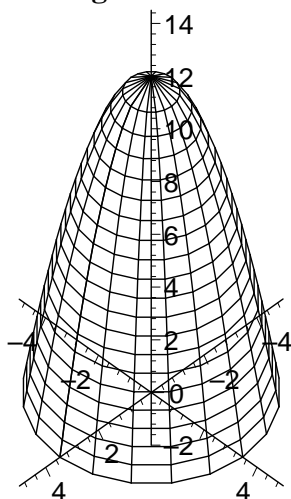
Aufgabe 20.62

Sei B die Fläche des Kreises mit Radius $2\sqrt{3}$ um den Koordinatenursprung in der x - y -Ebene und S die darüber durch $z = 12 - x^2 - y^2$, $(x, y) \in B$ beschriebene Fläche.

a) Berechnen Sie $\iint_S dS$!

b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des durch die Flächen S und B begrenzten Körpers!

Lösung:



$$\begin{aligned} \text{a) } \iint_S dS &= \iint_B \sqrt{1+z_x^2+z_y^2} \, dB = \iint_B \sqrt{1+4x^2+4y^2} \, dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{1+4r^2} \, r \, dr \, d\varphi = 2\pi \frac{1}{8} \int_0^{2\sqrt{3}} \sqrt{1+4r^2} \, d(1+4r^2) \\ &= \frac{\pi}{4} \frac{2}{3} (1+4r^2)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^{2\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6} (49^{\frac{3}{2}} - 1^{\frac{3}{2}}) = \frac{\pi}{6} (7^3 - 1) = \underline{\underline{57\pi}} \end{aligned}$$

$$\text{b) } O = 57\pi + \pi (2\sqrt{3})^2 = 57\pi + 12\pi = \underline{\underline{69\pi}}$$