

### Aufgabe 20.55

Berechnen Sie die Arbeit, die erforderlich ist, um einen Punkt der Masse 1 in einem Kraftfeld  $\vec{F}(x, y) = \begin{pmatrix} 2+y \\ 2-x \end{pmatrix}$  längs des entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufenen Einheitskreises vom Punkt  $(-1, 0)$  zum Punkt  $(1, 0)$  zu bewegen!

#### Lösung:

$$\text{Bahnkurve } C: \vec{x}(\varphi) = \begin{pmatrix} x(\varphi) \\ y(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}, \quad \pi \leq \varphi \leq 2\pi$$

$$\begin{aligned} W &= \int_C \vec{F} \cdot d\vec{x} = \int_C (2+y) dx + (2-x) dy = \int_{\pi}^{2\pi} (2+\sin \varphi)(-\sin \varphi) d\varphi + (2-\cos \varphi) \cos \varphi d\varphi \\ &= \int_{\pi}^{2\pi} (-2 \sin \varphi - \sin^2 \varphi + 2 \cos \varphi - \cos^2 \varphi) d\varphi = \int_{\pi}^{2\pi} (2 \cos \varphi - 2 \sin \varphi - 1) d\varphi \\ &= 2 \sin \varphi + 2 \cos \varphi - \varphi \Big|_{\pi}^{2\pi} = (2 - 2\pi) - (-2 - \pi) = \underline{\underline{4 - \pi}} \end{aligned}$$