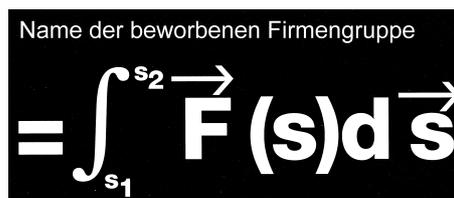


Aufgabe 20.48

Vor einiger Zeit lag in der Mensa ein Magazin aus, auf dessen Rücktitel eine Firmengruppe mit nebenstehender Darstellung warb. Kommentieren Sie diese Darstellung und erläutern Sie sie jemandem, der von Mathematik weniger versteht als Sie!



Lösung:

Dargestellt ist ein Kurvenintegral 2. Art, mit dem die längs eines Weges in einem Kraftfeld aufgewandte Arbeit aus Kraft mal Weg berechnet wird. Um längs eines Weges integrieren zu können,

ist s ein Parameter und $\vec{s}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ y(s) \\ z(s) \end{pmatrix}$, $s_1 \leq s \leq s_2$ beschreibt den Weg als Kurve im Raum.

(Die evtl. denkbare Schreibweise $\int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{F}(\vec{s}) d\vec{s}$ wäre nur bei konservativen Kraftfeldern akzeptierbar, da sich aus ihr nicht der zwischen Anfangs- und Endpunkt durchlaufene Weg ergibt und die Arbeit bei nichtkonservativen Feldern vom Weg abhängt.)

Mit einfachen Worten könnte man folgende Erklärung versuchen:

Bekanntlich ist Arbeit gleich Kraft mal Weg. Allerdings ist dabei nur die Kraftkomponente in Wegrichtung zu berücksichtigen. Dies geschieht, indem Kraft und Wegrichtung vektoriell angegeben werden und das sogenannte Skalarprodukt $\vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s}$ zwischen diesen berechnet wird. Außerdem kann sich die Kraft an jeder Stelle des Weges ändern. Deshalb muss man – vereinfacht gesprochen – das genannte Skalarprodukt für jeweils ganz kurze Wegstrecken berechnen und die Werte der Arbeit für alle diese kleinen Wegstückchen aufaddieren. Mathematisch exakt erfolgt dies durch „Integration“ von Weganfang bis Wegende, die durch die Parameter s_1 und s_2 charakterisiert werden.