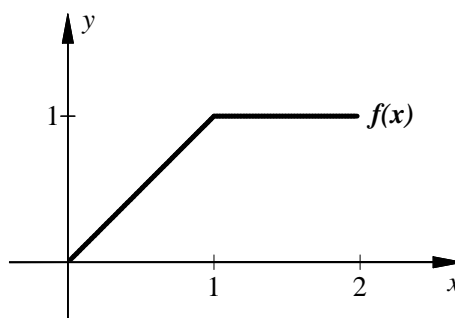


Aufgabe 20.41

Über dem Intervall $[0, 2] = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq x \leq 2\}$ sei die in der Abbildung dargestellte Funktion $f(x)$ definiert, ihr Graph werde als Kurve C bezeichnet.

Die Kurve C sei mit Masse der Dichte $\rho(x, y) = 1 + x + y$ belegt. Berechnen Sie ihre Masse!



Lösung:

$$\begin{aligned} m &= \int_C \rho \, dl = \int_0^1 (1+2x) \sqrt{(dx)^2 + (dx)^2} + \int_1^2 (2+x) \sqrt{(dx)^2 + 0} = \sqrt{2} \int_0^1 (1+2x) \, dx + \int_1^2 (2+x) \, dx \\ &= \sqrt{2} [x+x^2]_0^1 + \left[2x + \frac{x^2}{2} \right]_1^2 = 2\sqrt{2} + 4 + 2 - 2 - \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{7}{2} + 2\sqrt{2} \approx 6,33}} \end{aligned}$$